

Prelucrarea Imaginilor

SEA - 2020

Laurențiu Frangu, Laurențiu Baicu

Complemente

- Semnale, model în variabila timp
- Semnale periodice, modele frecvențiale
- Semnale neperiodice, modele frecvențiale
- Semnale e antionate, teorema e antion rii
- TFTD, FFT

Complemente

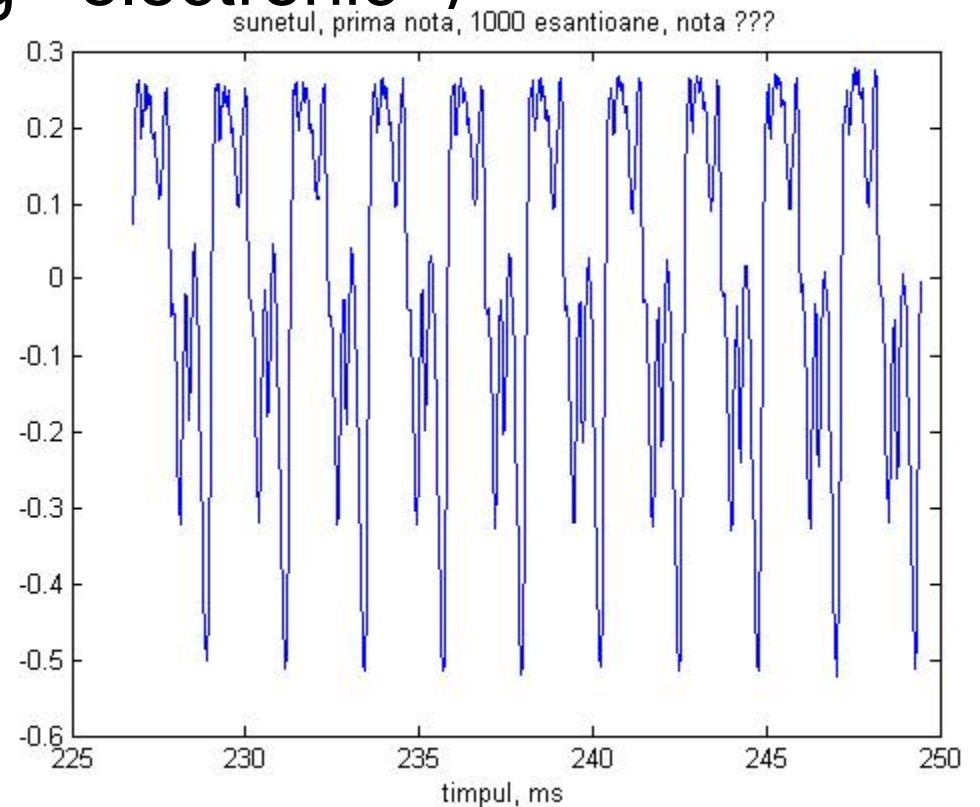
- Model simplu al semnalului analogic (1D)
 - funcție scalar de variabila timp (din \mathbb{R})
 - codomeniu din \mathbb{R}
 - funcție de modul integrabil (semnalele uzuale îndeplinesc această condiție)

$$\mathfrak{T}_t = [t_1, t_2]$$

$$\int_{t_1}^{t_2} |x(t)| dt \leq M < \infty, \quad M \in \mathbb{R}$$

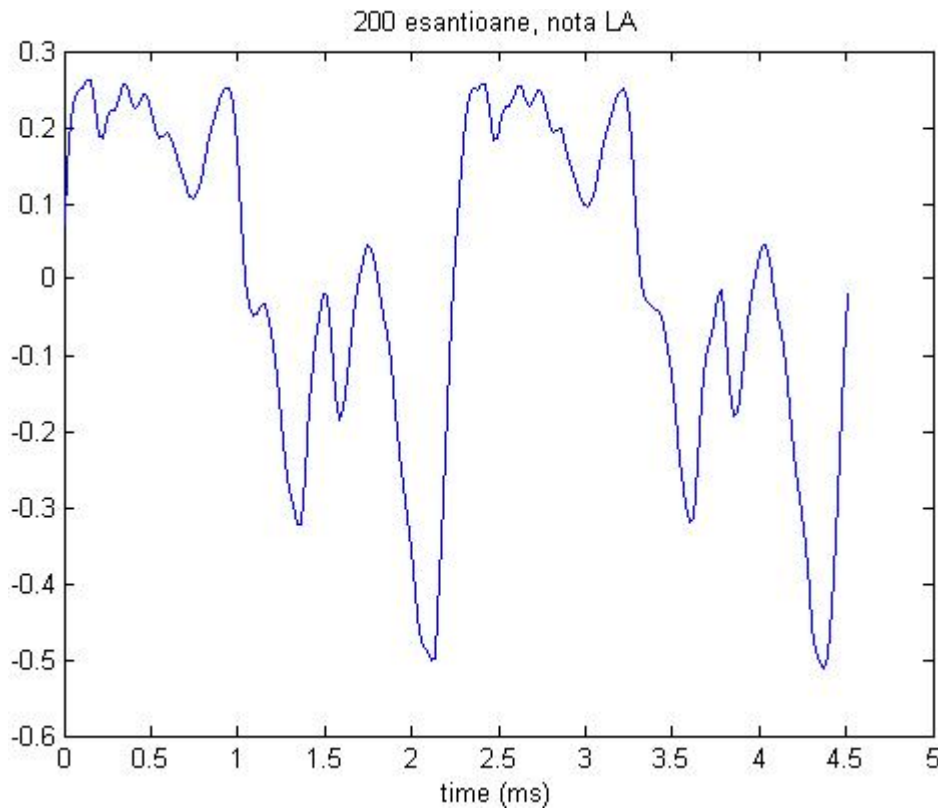
Complemente

- Sunetul emis de vioară , m surarea perioadei, imitarea sunetului (org electronic)

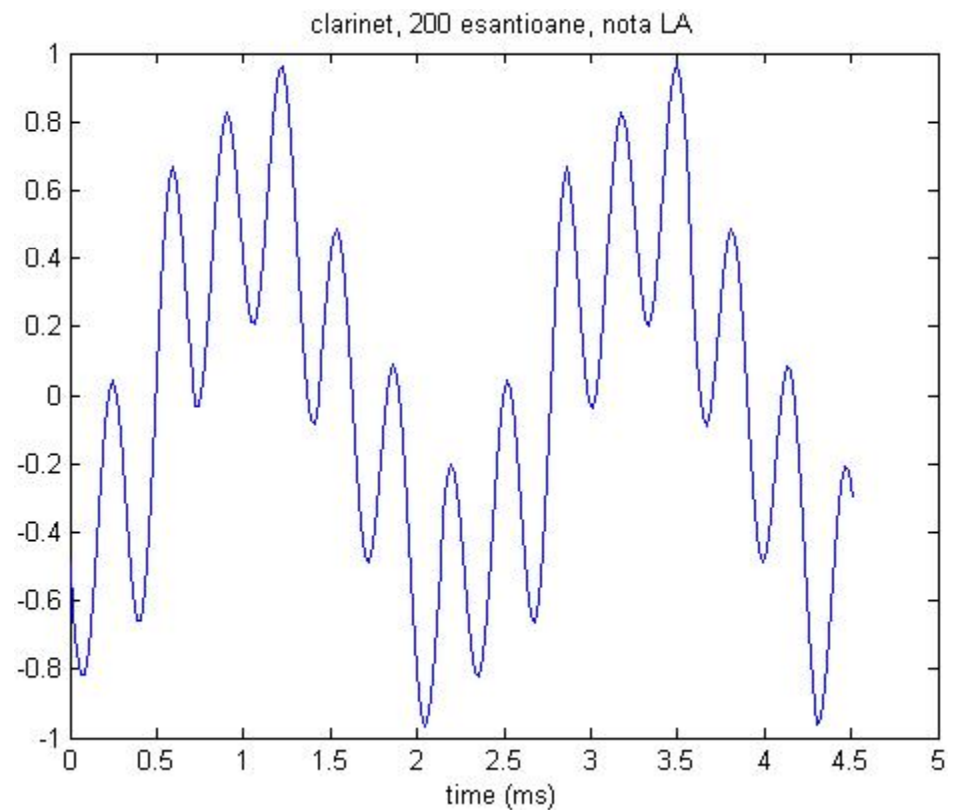


Complemente

- Sunetul emis de vioar , clarinet



Lauren iu Frangu, 2020



Prelucrarea Imaginilor, SEA

5

Complemente

- Exemplu de model în variabila timp, semnal periodic

$$u(t) = U_m + U_v \cdot \sin(\check{S}_0 t + \{ \})$$

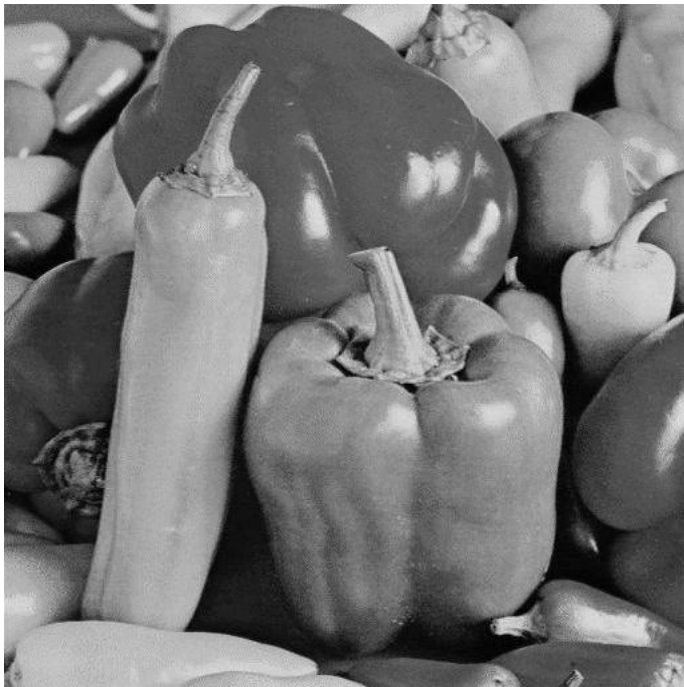
- Legăturile perioadă – frecvență – pulsație (viteză unghiulară)
- ???

Complemente

- Imaginile formează o mulțime de cazuri particulare:
- Domeniul de definiție 2D
- Ambele dimensiuni sînt în spațiu
- Modelate prin funcție scalară (imaginea monocromă) sau funcție vectorială (dimensiune 3, imaginea color)
- Video: 3D

Complemente

- Imaginile



Lauren iu Frangu, 2020

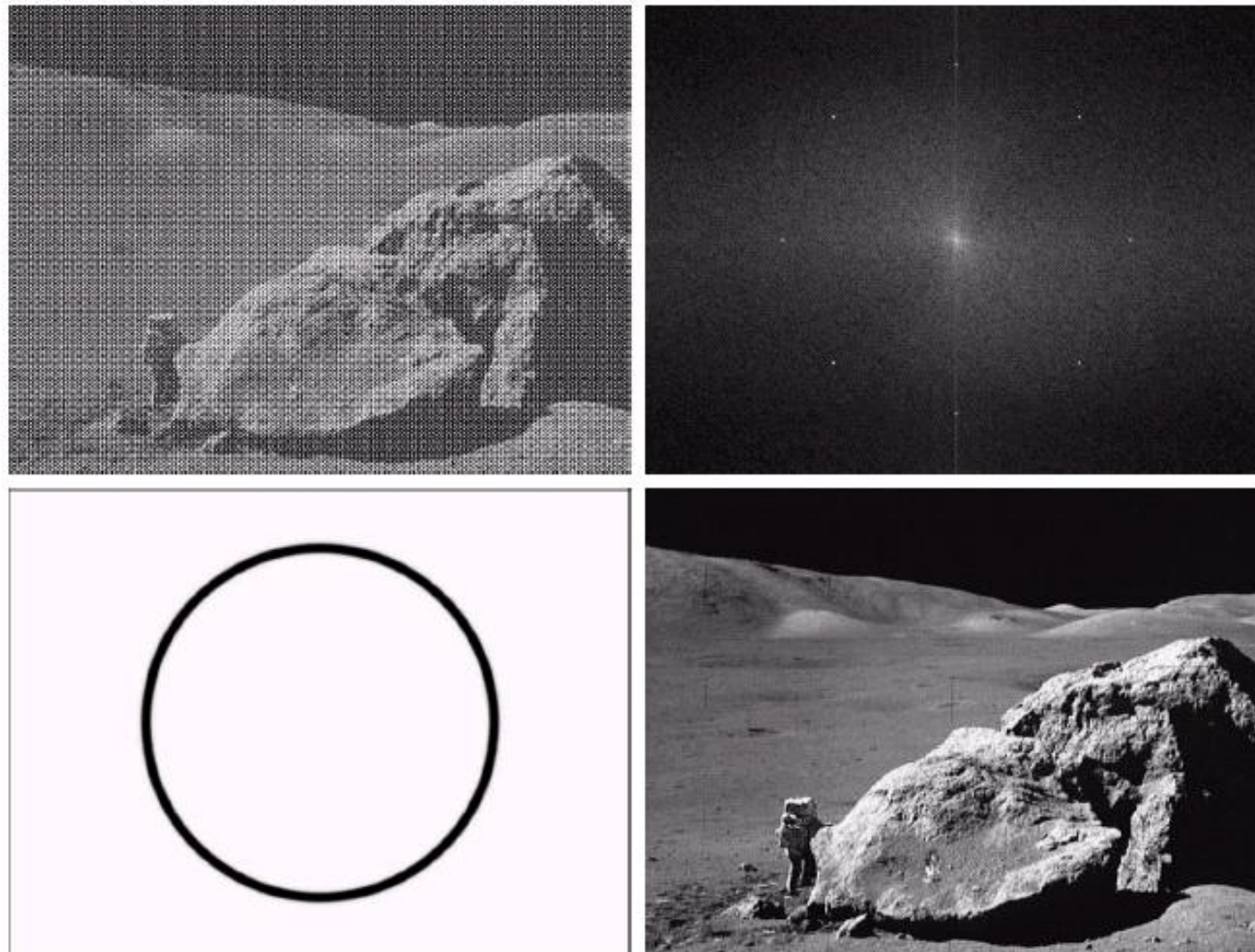


Prelucrarea Imaginilor, SEA

Complemente

- Imaginile
 - exist componente periodice în imagini?
 - modelele pe țesături
 - perturbațiile





a	b
c	d

FIGURE 5.16

(a) Image corrupted by sinusoidal noise. (b) Spectrum of (a). (c) Butterworth bandreject filter (white represents 1). (d) Result of filtering. (Original image courtesy of NASA.)

Complemente

- Modele frecvențiale pentru semnale periodice: SFT, SFA, SFC

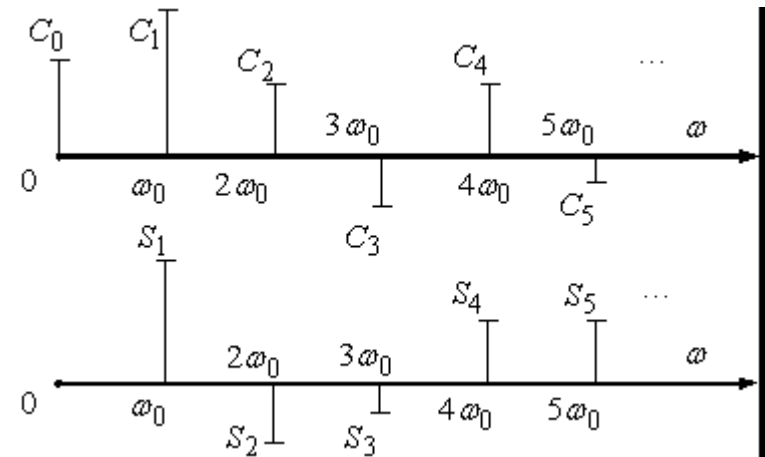
$$u(t) = C_0 + \sum_{i=1}^{\infty} C_i \cos(i\check{S}_0 t) + \sum_{i=1}^{\infty} S_i \sin(i\check{S}_0 t)$$

Complemente

- Modele frecvențiale pentru semnale periodice: SFT

$$u(t) = C_0 + \sum_{i=1}^{\infty} C_i \cos(i\check{S}_0 t) + \sum_{i=1}^{\infty} S_i \sin(i\check{S}_0 t)$$

- spectrul



Complemente

- Modele frecvențiale pentru semnale periodice: SFT

$$u(t) = C_0 + \sum_{i=1}^{\infty} C_i \cos(i\check{S}_0 t) + \sum_{i=1}^{\infty} S_i \sin(i\check{S}_0 t)$$

- Coeficienții

$$C_0 = \frac{1}{T} \int_T u(t) \{0(t)\} dt = \frac{1}{T} \int_T u(t) \cdot 1 dt$$

$$C_i = \frac{2}{T} \int_T u(t) \cos(i\check{S}_0 t) dt, \quad i = 1, 2, \dots \quad S_i = \frac{2}{T} \int_T u(t) \sin(i\check{S}_0 t) dt, \quad i = 1, 2, \dots$$

Complemente

- Modele frecvențiale pentru semnale periodice: SFT, SFA, SFC (echivalente)

$$u(t) = C_0 + \sum_{i=1}^{\infty} C_i \cos(i\check{S}_0 t) + \sum_{i=1}^{\infty} S_i \sin(i\check{S}_0 t)$$

$$u(t) = A_0 + \sum_{i=1}^{\infty} A_i \cos(i\check{S}_0 t + \{i\})$$

$$u(t) = \sum_{i=-\infty}^{\infty} \underline{A}_i e^{ji\check{S}_0 t}$$

Complemente

- Modele frecvențiale pentru semnale periodice: SFT, SFA, SFC (echivalente)

$$u(t) = C_0 + \sum_{i=1}^{\infty} C_i \cos(i\check{S}_0 t) + \sum_{i=1}^{\infty} S_i \sin(i\check{S}_0 t)$$

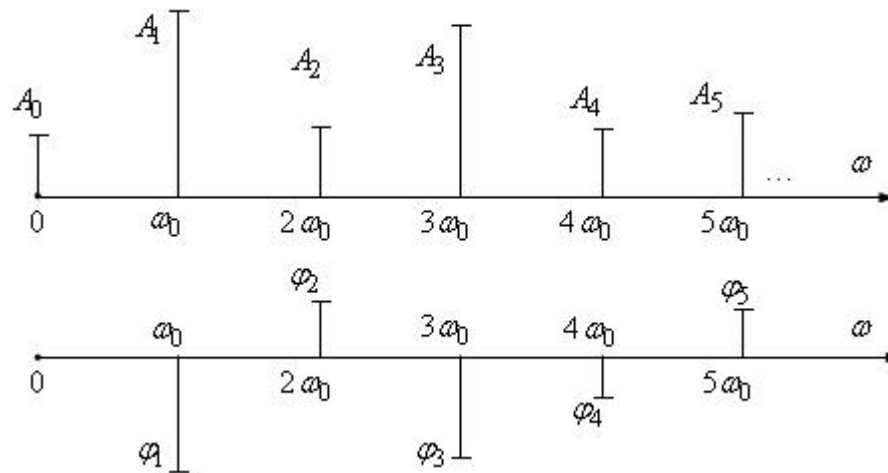
$$u(t) = A_0 + \sum_{i=1}^{\infty} A_i \cos(i\check{S}_0 t + \{i\})$$

$$A_i \cos \{i\} = C_i$$

$$A_i \sin \{i\} = -S_i$$

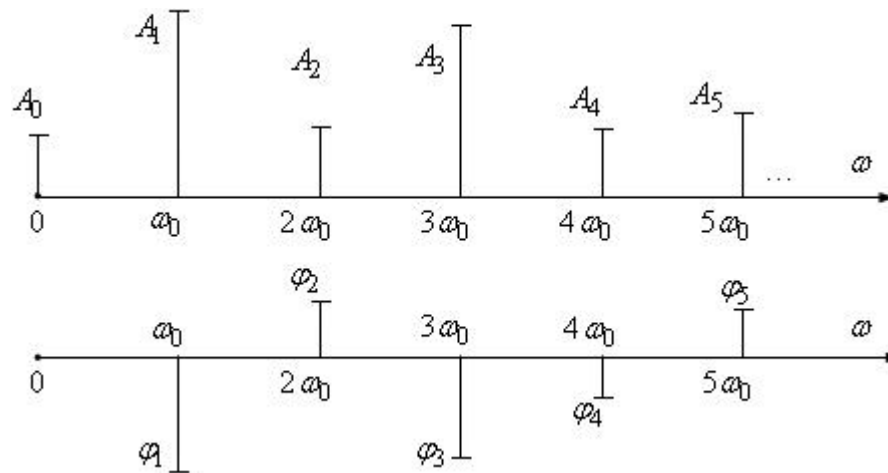
Complemente

- Modele frecvențiale pentru semnale periodice: SFT, SFA, SFC (echivalente)



Complemente

- Modele frecvențiale pentru semnale periodice: SFT, SFA, SFC (echivalente)
 - osciloscopul ca analizor spectral (FFT)

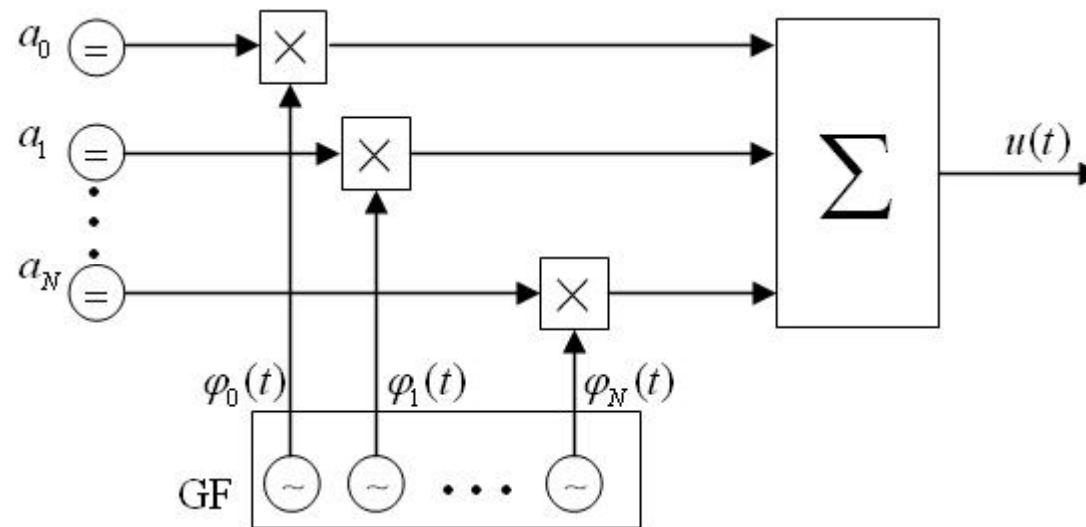


Complemente

- Utilizare
 - Diagnoza prin vibrații
 - Orga electronic
 - Analiza spectrală a sunetelor, în industrie și telecomunicații
 - Compresia semnalelor

Complemente

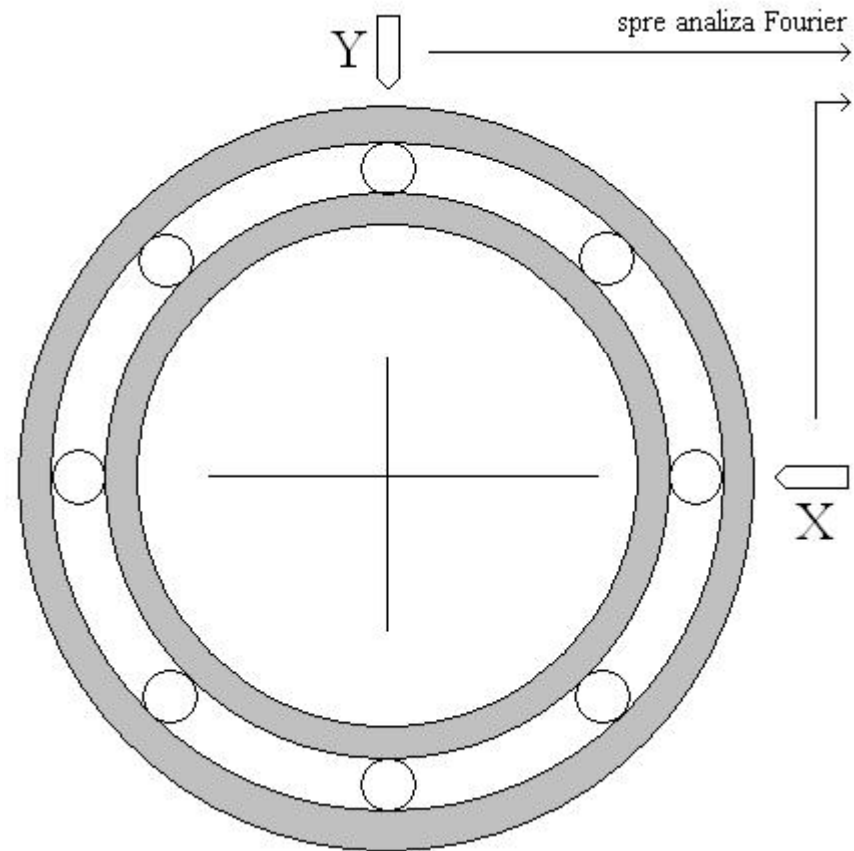
- Orga electronic



$$u(t) = A_0 + \sum_{i=1}^{\infty} A_i \cos(i\check{S}_0 t + \{i\})$$

Complemente

- Diagnoza prin vibrații



Complemente

- Model frecvențial pentru semnale neperiodice: funcția spectrală (transformata Fourier)

$$U(\check{S}) = \mathcal{F}\{u(t)\} = \int_{-\infty}^{\infty} u(t) \cdot e^{-j\check{S}t} dt$$

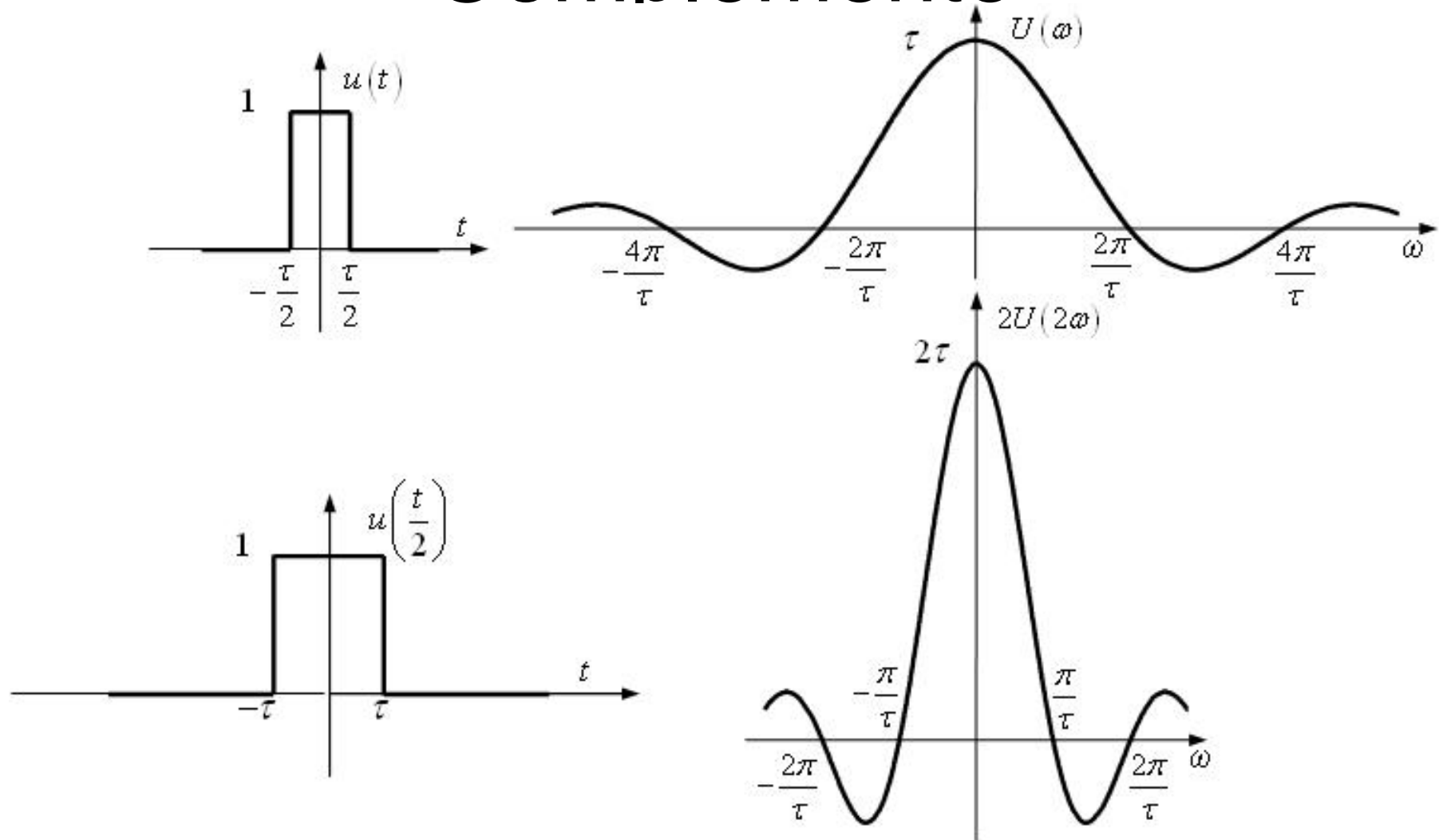
$$u(t) = \mathcal{F}^{-1}\{U(\check{S})\} = \frac{1}{2f} \int_{-\infty}^{\infty} U(\check{S}) e^{j\check{S}t} d\check{S}$$

– condiție: modul integrabil $\int_{-\infty}^{\infty} |x(t)| dt \leq M < \infty, \quad M \in \mathbb{R}$

Complemente

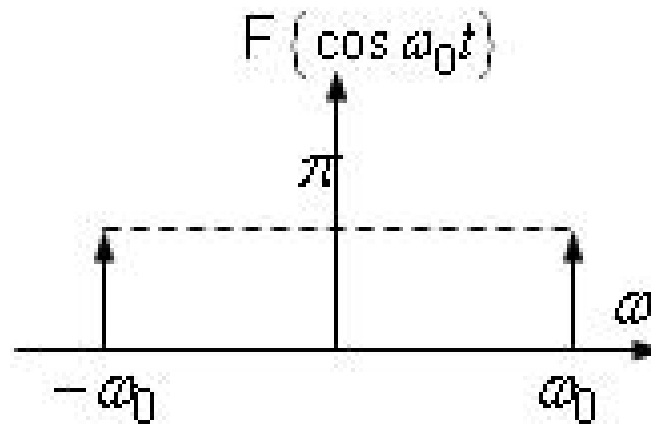
- Funcția spectrală = densitate spectrală de amplitudine
- funcție complexă $U(\check{S}) = \mathbb{F}\{u(t)\} = \int_{-\infty}^{\infty} u(t) \cdot e^{-j\check{S}t} dt$
- frecvențe negative
- simetrii

Complemente



Complemente

- Funcția spectrală
 - noțiunea de linie spectrală
 - distribuția (t) , $(\)$

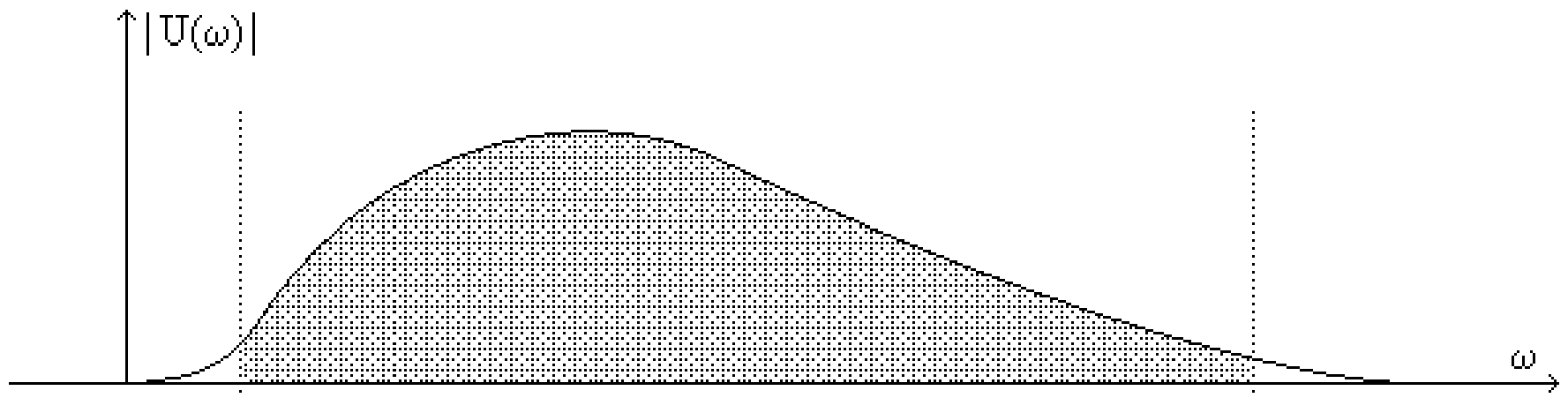


Complemente

- Utilizare
 - analiza spectral a semnalelor neperiodice (industrie, telecomunicații, valuri etc.)
 - analiza perturbațiilor
 - comportarea dinamic a sistemelor

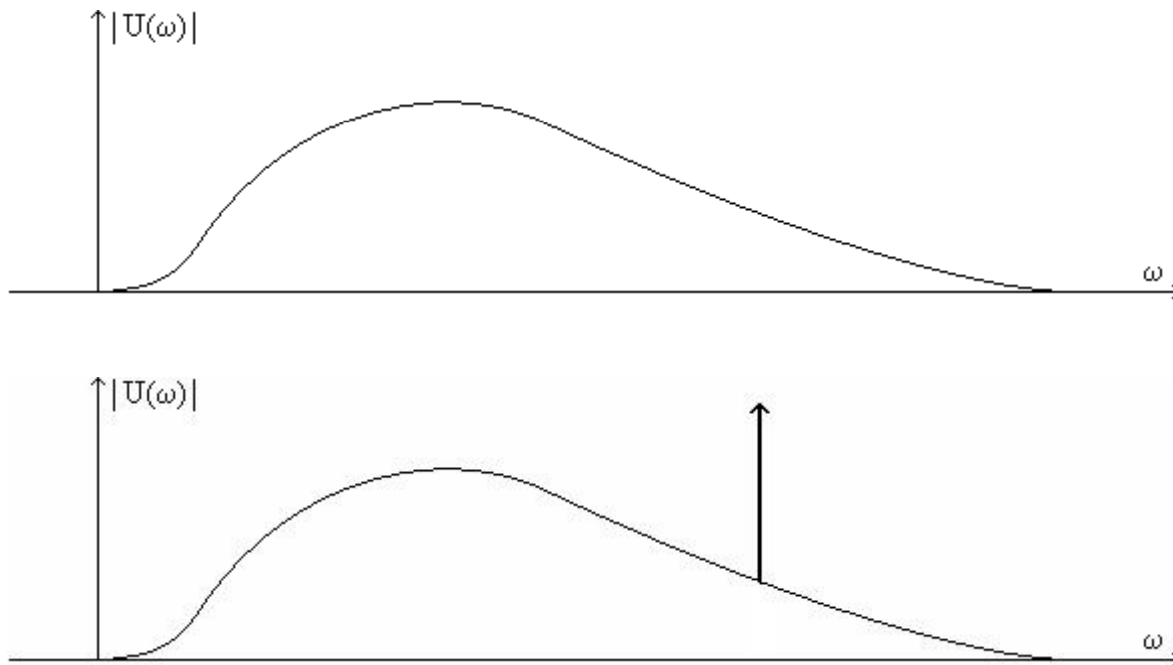
Complemente

- Funcția spectrală
– vocea



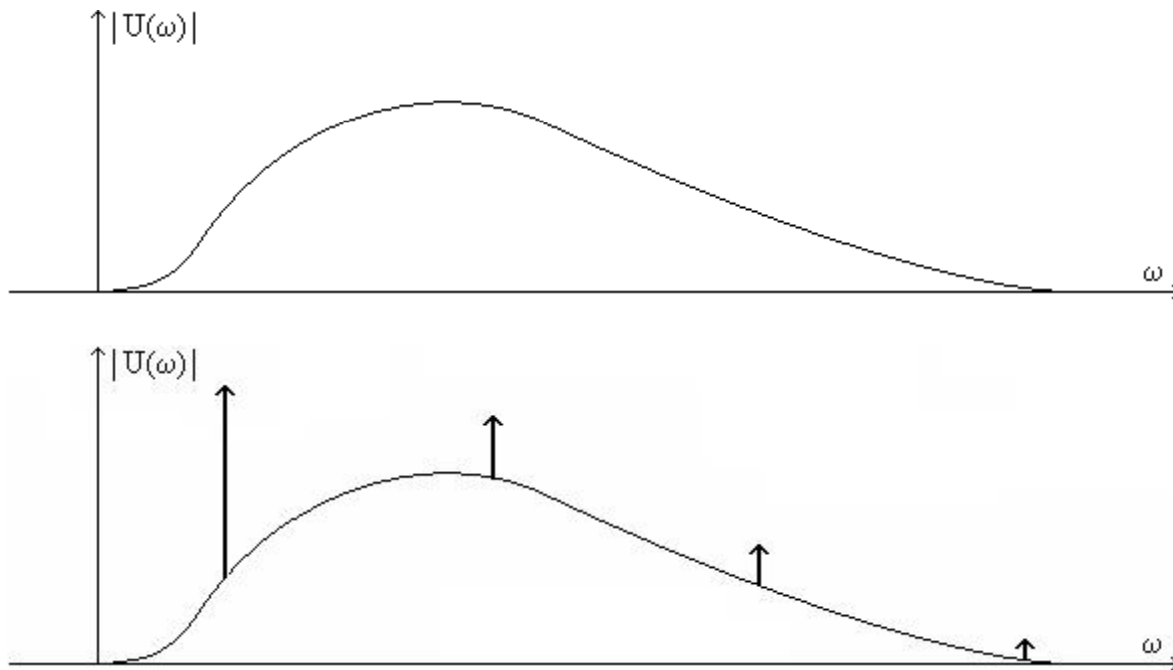
Complemente

- Funcția spectrală
– analiza perturbațiilor



Complemente

- Funcția spectrală
– analiza perturbațiilor

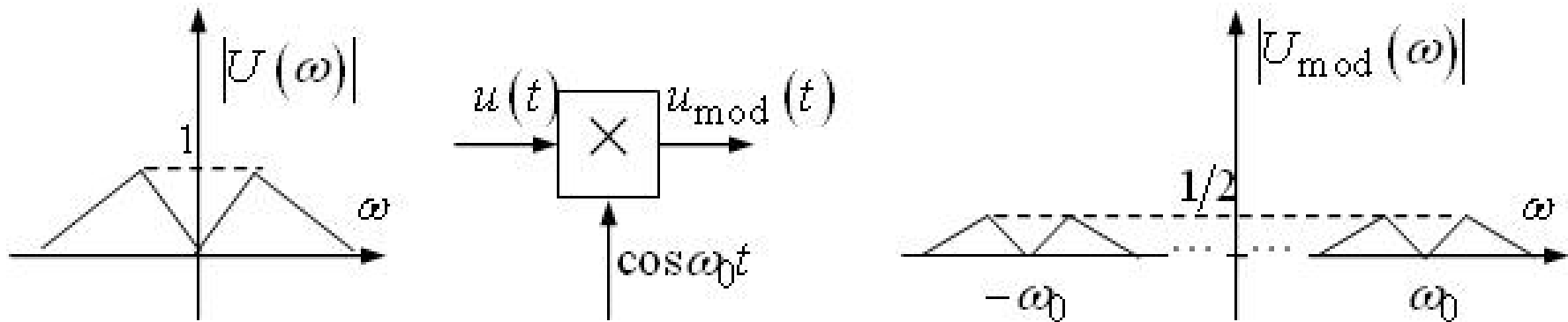


Complemente

- Funcția spectrală
 - analiza perturbațiilor – cazul scînteilor

Complemente

- Funcția spectrală
 - modulație pt. emisie radio



Complemente

- Model frecvențial pentru semnale neperiodice: transformata Laplace

$$\mathcal{L}\{x(t)\} = X(s) = \int_0^{\infty} x(t)e^{-st} dt, \quad s = \sigma + j\check{S}$$

- condiție: mai permisivă
- similitudini

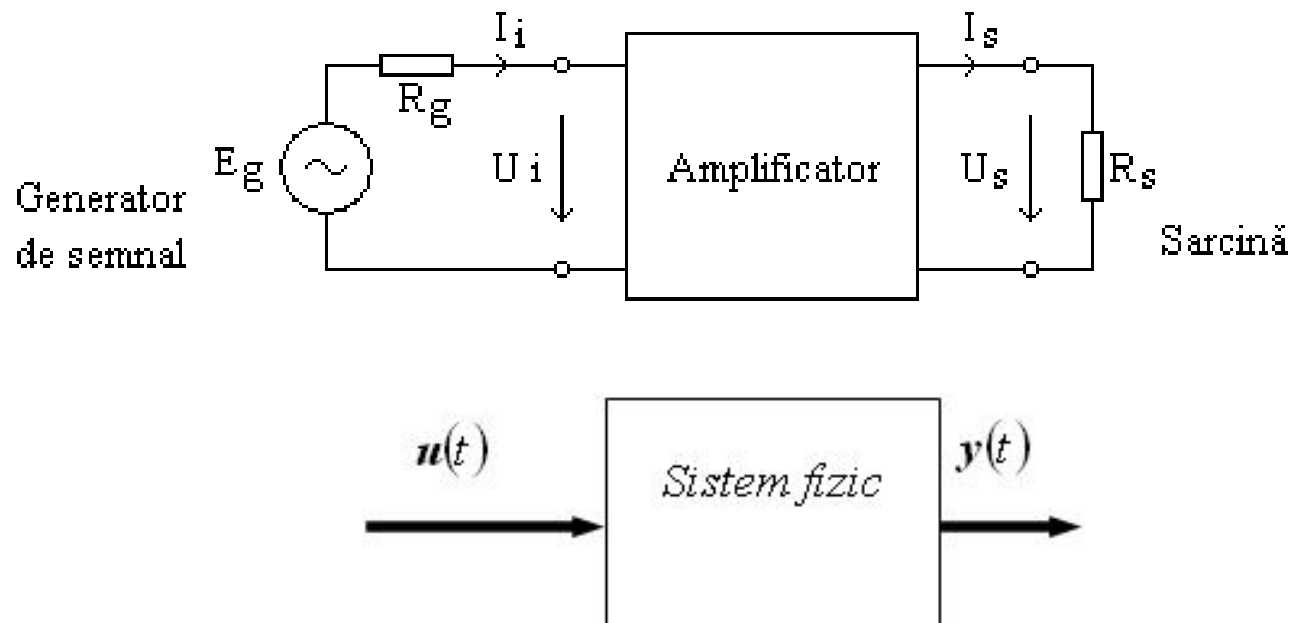
$$U(\check{S}) = \mathcal{F}\{u(t)\} = \int_{-\infty}^{\infty} u(t) \cdot e^{-j\check{S}t} dt$$

Complemente

- Analiza circuitelor și sistemelor

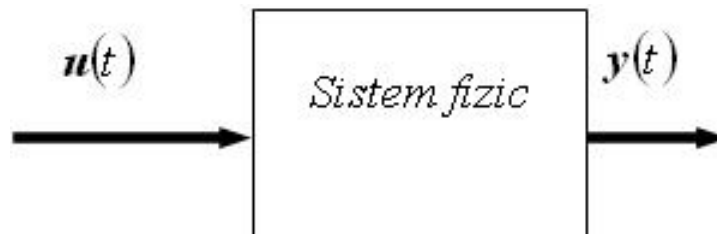
Complemente

- Analiza circuitelor și sistemelor



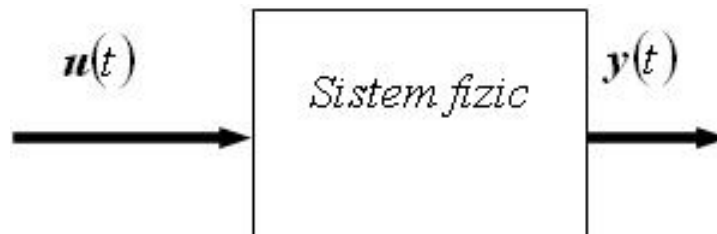
Complemente

- Analiza circuitelor și sistemelor



Complemente

- Analiza circuitelor și sistemelor
- Model în timp – ecuația diferențială
- Model în frecvență – funcția de transfer
- Model în frecvență – funcția răspuns la frecvență

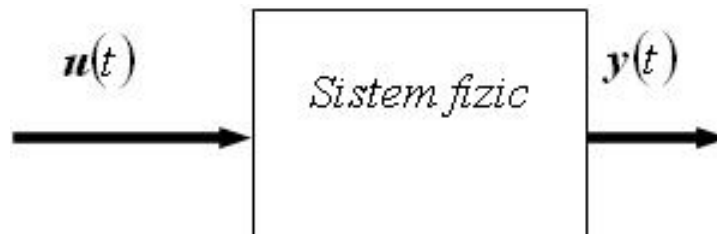


	Timp		Frecven	
Modele parametrice	Ecua ii diferen iale intrare-ie ire	t. continuu	Func ie de transfer $H(\dots) - L$	$\hat{\text{în}} s$
		t. discret		$\hat{\text{în}} z$
	Ecua ii de stare	t. continuu	Diagrama poli/zerouri $- L$	$\hat{\text{în}} s$
		t. discret		$\hat{\text{în}} z$
	Func ie r spuns la impuls, la treapt (analitic) $- L$	t. continuu	Func ie r spuns la frecven $H(j \) - L$	
		t. discret		
Modele neparametrice	Func ie r spuns la impuls, la treapt (înregistrare) $- L$	t. continuu	Caracteristici de frecven (Bode) $- L$	
		t. discret	Locul de transfer (Nyquist) $- L$	

Complemente

- Analiza circuitelor și sistemelor

$$\frac{d^n y}{dt^n} + a_{n-1} \frac{d^{n-1} y}{dt^{n-1}} + \dots + a_0 y = b_{n-1} \frac{d^{n-1} u}{dt^{n-1}} + \dots + b_0 u$$



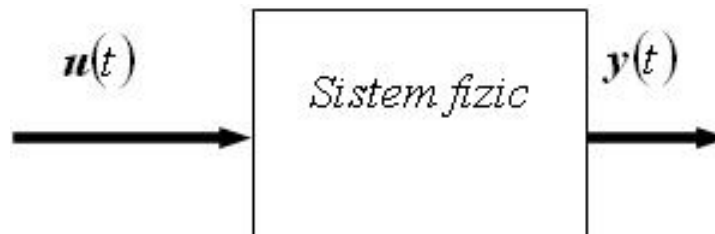
Complemente

- Analiza circuitelor și sistemelor

$$\frac{d^n y}{dt^n} + a_{n-1} \frac{d^{n-1} y}{dt^{n-1}} + \dots + a_0 y = b_{n-1} \frac{d^{n-1} u}{dt^{n-1}} + \dots + b_0 u$$

$$H(s) = \frac{Y(s)}{U(s)}$$

$$H(s) = \frac{b_{n-1}s^{n-1} + \dots + b_0}{s^n + a_{n-1}s^{n-1} + \dots + a_0}$$



Complemente

- Analiza circuitelor și sistemelor

$$\frac{d^n y}{dt^n} + a_{n-1} \frac{d^{n-1} y}{dt^{n-1}} + \dots + a_0 y = b_{n-1} \frac{d^{n-1} u}{dt^{n-1}} + \dots + b_0 u$$

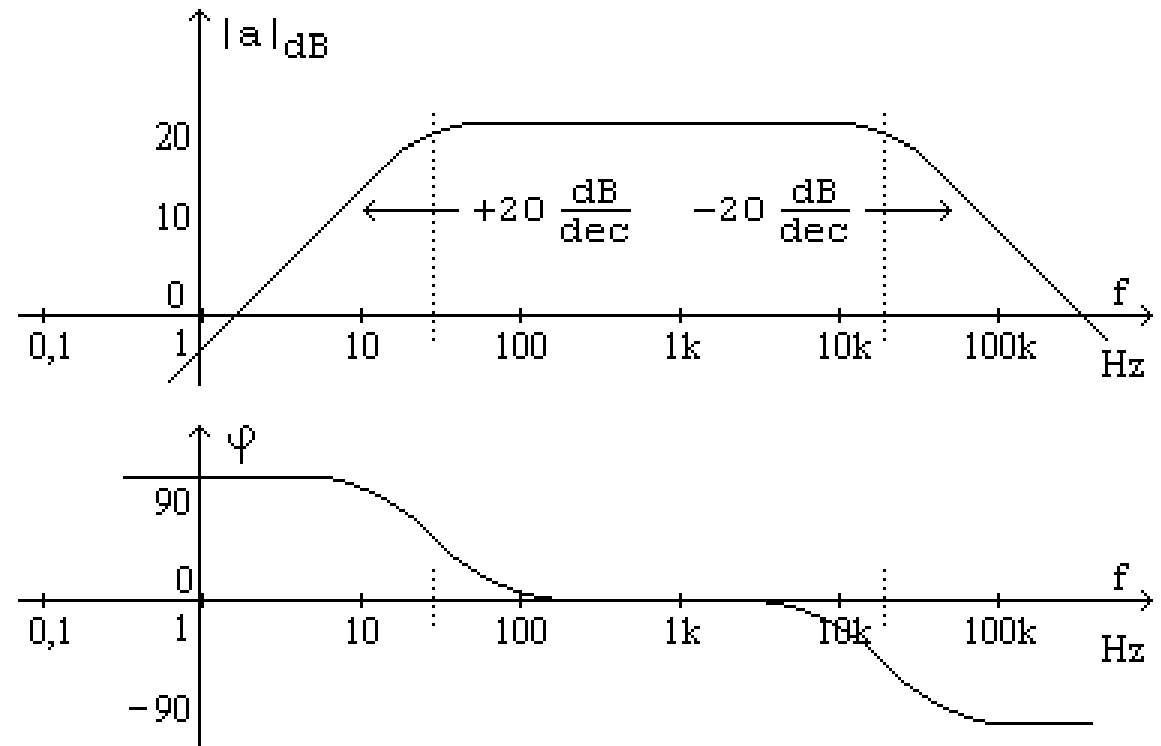
$$H(s) = \frac{Y(s)}{U(s)}$$

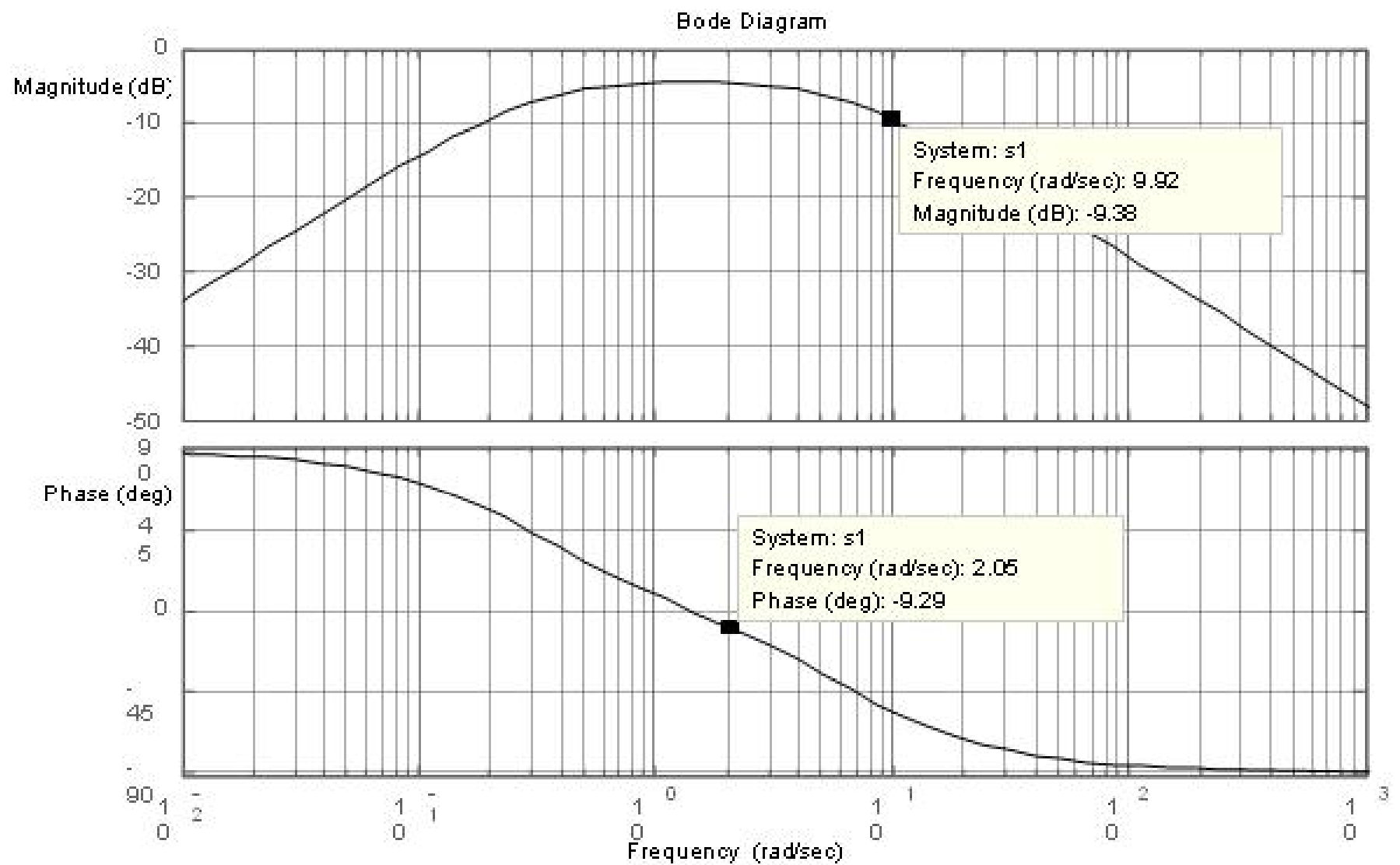
$$H(s) = \frac{b_{n-1}s^{n-1} + \dots + b_0}{s^n + a_{n-1}s^{n-1} + \dots + a_0}$$

$$H(j\check{S}) = H(s) \Big|_{s = j\check{S}}$$

Complemente

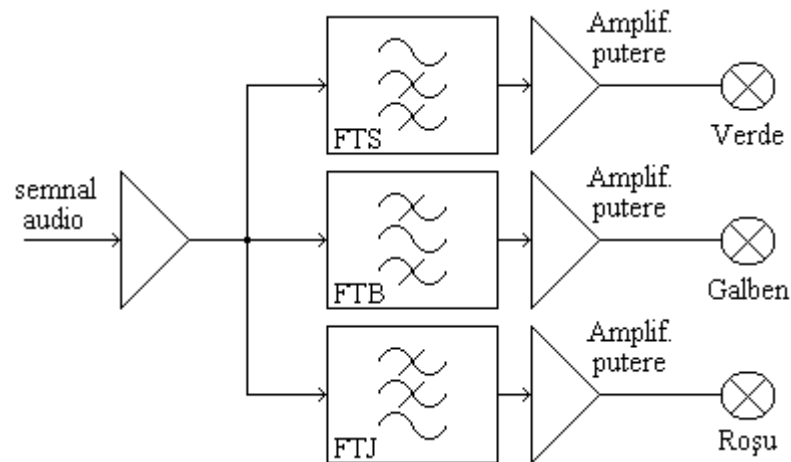
- Analiza circuitelor și sistemelor
 - model neparametric: caracteristici de frecv. (Bode)





Complemente

- Analiza circuitelor și sistemelor
 - noțiunea de filtru
 - modelul filtrului

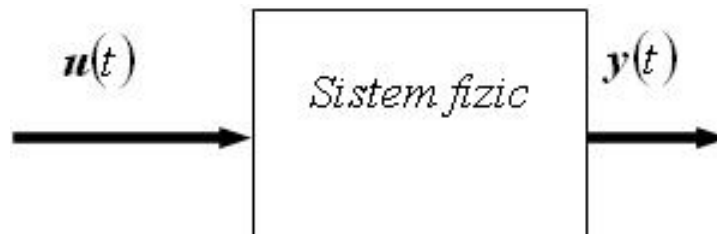


Complemente

- Analiza circuitelor și sistemelor
 - model în timp: convoluția cu funcția răspuns la impuls (funcția pondere), $h(t)$

$$y(t) = h(t) * u(t)$$

$$y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau) u(t - \tau) d\tau = \int_0^{\infty} h(\tau) u(t - \tau) d\tau$$



Complemente

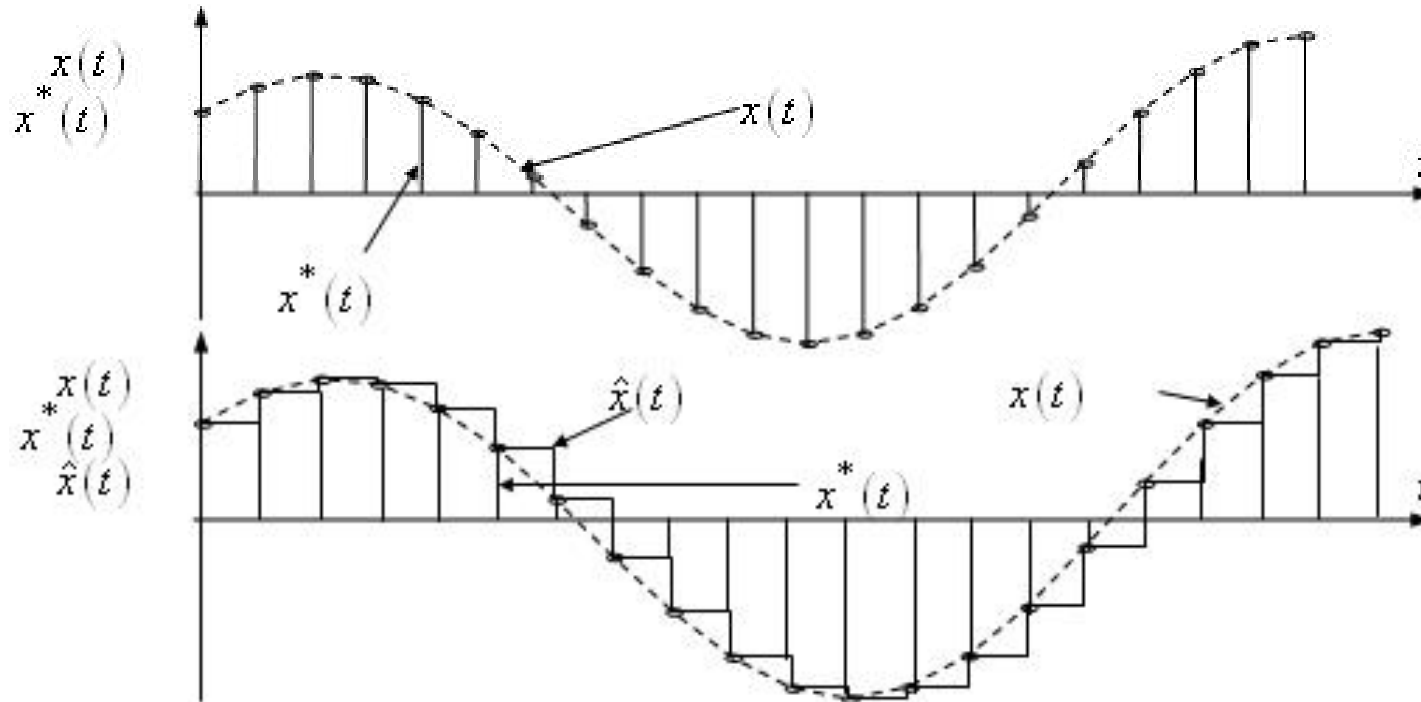
- Analiza circuitelor și sistemelor
 - convoluția se folosește la transformarea imaginilor

$$y(t) = h(t) * u(t)$$

$$y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau) u(t - \tau) d\tau = \int_0^{\infty} h(\tau) u(t - \tau) d\tau$$

Complemente

- E antionarea semnalelor

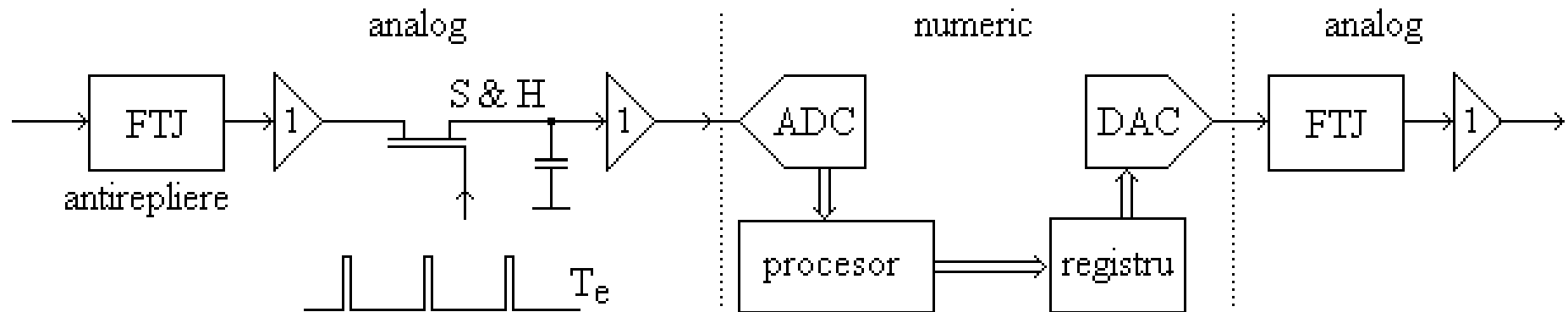


Complemente

- E antionarea semnalelor
 - putem conserva toată informația semnalului?
 - putem reconstitui semnalul?
 - putem prelucra semnalul e antionat?

Complemente

- E antionarea semnalelor
 - putem conserva toată informația semnalului?
 - putem reconstitui semnalul?
 - putem prelucra semnalul e antionat?

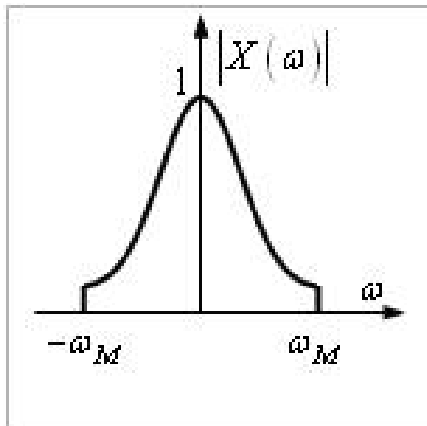


Complemente

- E antionarea semnalelor
 - teorema e antion rii
 - semnalul numeric: discret în timp i discret în valori
 - discretizarea în valori nu modific semnificativ rezultatele (față de analogic)
 - discretizarea în timp: trebuie respectat condiția din teoremă

Complemente

- E antionarea semnalelor
 - teorema e antion rii



$$\check{S}_e \geq 2\check{S}_M$$

- rolul filtrului antirepliere

Complemente

- E antionarea semnalelor
 - FFT
 - FFT în Matlab
 - FFT pe osciloscop

$$X^*(i) = \sum_{k=0}^{N-1} x(k) \cdot e^{-jik \frac{2f}{N}}, \quad i = 0, 1, 2, \dots, N-1$$

$$X(\check{S}) = \mathcal{F}\{x(t)\} = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{-j\check{S}t} dt$$

Complemente

- E antionarea semnalelor
 - modelul sistemelor în timp discret: ecuația în diferențe

$$y(k) + a_1 y(k-1) + \dots + a_n y(k-n) = b_1 u(k-1) + \dots + b_n u(k-n)$$

- ecuația diferențială pentru timp continuu

$$\frac{d^n y}{dt^n} + a_{n-1} \frac{d^{n-1} y}{dt^{n-1}} + \dots + a_0 y = b_{n-1} \frac{d^{n-1} u}{dt^{n-1}} + \dots + b_0 u$$

Complemente

- E antionarea semnalelor
 - convoluția în timp discret (aplicată la filtrarea numeric)

$$y(k) = \sum_{i=0}^k h(i) \cdot u(k-i)$$

- convoluția în timp continuu (filtrare analogică)

$$y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau) u(t-\tau) d\tau = \int_0^{\infty} h(\tau) u(t-\tau) d\tau$$

Complemente

- Prelucrarea numerică a imaginilor
 - argumentul timp înlocuit de argumentul distanță
 - imaginile sînt semnale 2D
 - filtrele sînt necauzale
 - filtre FIR