

Capitolul 5

PRELUCRAREA IMAGINILOR

5.1. Introducere

Tehnicile de prelucrare analogică a imaginii au apărut odată cu captura și transmiterea imaginii. Ele erau destinate fie îmbunătățirii imaginii vizuate de un operator (în special în domeniul militar) fie efectelor speciale și trucajelor din domeniul televiziunii comerciale. Deși efortul pentru crearea acestor tehnici a fost considerabil, rezultatele importante au apărut abia odată cu tehnologia numerică. Gama de prelucrări digitale a imaginii este foarte largă, motiv pentru care prelucrarea analogică este puțin folosită în prezent. În consecință, în acest capitol se tratează numai tehnicile numerice de prelucrare a imaginilor. Evenimentele determinante în progresul prelucrării digitale a semnalelor (inclusiv a imaginilor) au fost creșterea vitezei conversoarelor analog/numerice, care a dus la apariția televiziunii numerice, creșterea vitezei și memoriei calculatoarelor electronice, simultan cu scăderea prețului lor. Acestea permit astăzi aplicarea tehnicilor de prelucrare a imaginii în domenii foarte diverse, de la meteorologie și protecția mediului până la imagistica medicală și sistemele industriale de vedere artificială.

Prelucrarea digitală a imaginilor se poate încadra în două categorii:

- îmbunătățirea semnalului de imagine destinat unui operator uman, care nu poate sesiza toate detaliile din imaginea originală, datorită zgomotelor și limitelor sistemului vizual natural. Din aceeași categorie fac parte efectele speciale din televiziune și cinematografie, pentru care modificările de imagine adresate privitorului care au caracter specific;
- extragerea de informații destinate sistemelor automate, care folosesc sistemul de achiziție și prelucrare a imaginii ca sursă de semnal (inclusiv ca traductor de poziție sau sistem de diagnostic automat).

Câteva exemple de utilizare pot fi sugestive pentru conturarea domeniului. O aplicație devenită consacrată este îmbunătățirea imaginii provenind de la sateliți artificiali ai Pământului și destinată previziunilor meteorologice. Această imagine are conținut de culoare scăzut, este afectată de zgomot și de absorbția selectivă a atmosferei. Pentru ca operatorul să poată distinge corect fenomenele meteo de la

diverse în limi, se execută filtrări ale semnalului de imagine, evidențierea contururilor și colorarea regiunilor care diferă prin luminanță și textură. În imagistica medicală și în tehnica sonarului sau a radarului, imaginea reprezintă intensitatea undelor sonore sau electromagnetice, deci nu are conținut de culoare. Mai mult, este posibil ca ea să prezinte contrast scăzut, reflexii parazite, etc. Scopul prelucrării este de a îndepărta efectul perturbațiilor, de a îmbunătăți contrastul și de face mai vizibile elementele importante ale imaginii, eventual prin colorare. Se mai adaugă posibilitatea de măsurare a distanțelor, ariilor și perimetrelor, pe baza imaginii analizate, tot ca un ajutor dat operatorului.

Informația provenind din imagine poate fi folosită și de sisteme automate, de multe ori în operații similare cu cele pe care le-ar face un operator uman, implicat într-o acțiune de reglare. Spre exemplu, obiecte din diferite categorii pot sosi pe o bandă rulantă, în scopul sortării. Sistemul de prelucrare a imaginii trebuie să extragă celelalte trăsături care deosebesc obiectele, în scopul clasificării. Evident, procedurile de recunoaștere sunt implicate, atât în faza de recunoaștere propriu-zisă, cât și în faza de formare a clasificatorului. În cazul roboților mobili, imaginea este prelucrată pentru a oferi informații despre posibilele obstacole și despre distanțele până la ele. În fine, în unele aplicații de poziționare automată, cum ar fi cele din metalurgie sau din cuplarea automată a modulelor stațiilor spațiale, imaginea este folosită ca sursă de semnal de poziție. Noțiunea de "vedere artificială" este legată de acest gen de aplicații. Ea se definește astfel: capacitatea unui sistem nebiologic de a folosi semnalul de imagine bidimensional pentru a sesiza existența obiectelor în vecinătate și de a le identifica, precum și pentru a măsura distanțele și pozițiile în raport cu un sistem de coordonate.

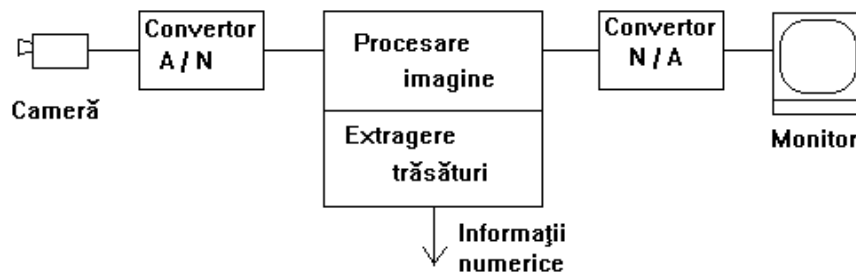


Figura 5.1 : Structura unui sistem de vedere artificială

Structura tipică a unui sistem de procesare a imaginii este cea din figura 5.1. Conversia A/N se execută în cameră sau într-un modul frame-grabber, în funcție

de tipul de cameră. Prelucrarea se face sub formă digitală, într-un calculator numeric specializat sau într-unul de uz general. Pentru uzul operatorului, semnalul modificat este convertit în semnal analogic și afișat pe ecranul unui monitor.

Problematica domeniului cuprinde:

- captura imaginilor și refacerea lor pe un suport vizual;
- procedurile de procesare preliminară, prin care se filtrează semnalul și se elimină diferite categorii de perturbații;
- îmbunătățirea imaginii, prin care se ameliorează contrastul, lumina, distribuția statistică a nivelurilor de gri, coloritul, eventual se adaugă culori inexistente sau se accentuează trăsăturile, în scopul facilitării observării de către operator;
- detectarea obiectelor și extragerea trăsăturilor, în scopul recunoașterii;
- prelucrarea imaginilor stereoscopice și a imaginilor obiectelor aflate în mișcare;
- măsurarea distanțelor și a poziției pe imagine;
- alterarea dimensiunilor obiectelor și mixarea imaginilor.

O altă problemă, specifică prelucrării imaginilor, este timpul foarte mare de prelucrare. Se lucrează cu matrice de dimensiuni mari, ceea ce face ca algoritmi simpli să ceară un timp de prelucrare important, iar algoritmi complicați să fie inutilizabili. Reducerea timpului de prelucrare se face prin optimizarea algoritmilor și prin deplasarea unei părți din algoritm spre rezolvarea hardware (prelucrare paralelă sau în circuite specializate pentru imagini).

5.2. Captura și reprezentarea informației

Sursele de semnal de imagine pot fi: cameră analogică, cameră digitală bidimensională (cu matrice CCD), cameră liniară (încadrare de senzori CCD, ca în fax sau scanner). Prescurtarea CCD vine de la termenul "charge coupled devices", o tehnologie MOS pentru încadrarea de senzori. De aceea tehnologia este diferită, nu există diferențe importante între semnalul furnizat de camera analogică cu tub videocaptor și cel furnizat de camera analogică cu senzor CCD. În fapt, camerele analogice cu matrice CCD produc încă semnale antonate, dar au fost proiectate

special pentru a-l converti apoi în semnal analogic, pentru a putea înlocui camerele cu tub (spe exemplu, în cazul înregistrării pe band magnetic a imaginii). Motivele sînt prețul, fiabilitatea și consumul, sensibil mai avantajoase la camera CCD. Calitatea imaginii, care a fost mult timp mai slabă la camerele CCD, a devenit acum comparabilă, ceea ce face varianta cu tub să fie în schimb rapidă.

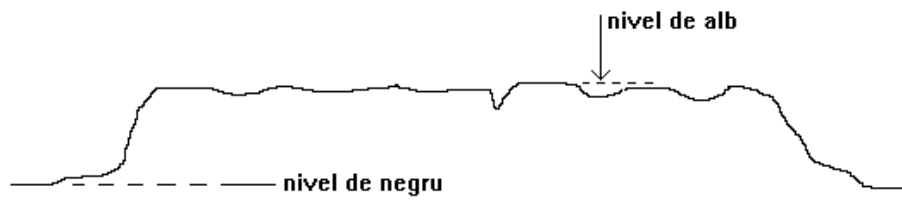


Figura 5.2: Semnalul analogic pe o linie TV, în intervalul dintre semnalele de sincronizare

Semnalul furnizat de camerele analogice este semnalul de televiziune standard, fie el monocrom sau color. El poate fi sub forma de semnal video complex color sau sub forma de semnal video plus semnal de sincronizare. De regulă, amplitudinea vîrf la vîrf este de 1V. Din punctul de vedere al reprezentării informației, camera transformă informația din trei dimensiuni (două spațiale și timp) într-un semnal unidimensional (în timp). Cea de-a treia dimensiune spațială nu poate fi sesizată cu un singur captor, dar poate fi percepută în sistemele evoluate, cum ar fi vederea tridimensională pentru roboții autonomi, care utilizează mai multe captoare și un bloc de prelucrare adecvat. Transformarea semnalului de imagine în semnal unidimensional (trei semnale unidimensionale, în cazul camerelor color) se face prin explorarea imaginii pe linii și pe cadre. Liniile unui cadru și cadrele între ele sînt despărțite prin scurte intervale care conțin semnale de sincronizare. Între semnalele de sincronizare se află porțiunile de semnal analogic care conțin luminanța imaginii pe cîte o linie, așa cum este prezentat în figura 5.2. În cazul semnalului de imagine color se folosesc luminanțele a trei câmpuri obținute prin filtrarea diferită (de obicei cu filtre roșu, verde, albastru) a imaginii inițiale. Aceste semnale se pot transmite ca atare (semnal RGB) sau se codifică într-un semnal de luminanță (identic cu cel monocrom) și două semnale diferențe de culoare. Pentru a avea un reper asupra rezoluției uzuale, camerele utilizate în sistemul TV românesc explorează 25 de cadre pe secundă, fiecare a cîte 575 linii utile. Devine evident că momentele de explorare ale diferitelor puncte din același cadru diferă între ele. Sistemul de prelucrare trebuie să ia în considerație acest fapt; problema cea mai supărătoare apare cînd obiectul vizat se deplasează rapid.

Pentru ca semnalul să poată fi prelucrat în formă numerică, el trebuie să fie antionat și convertit în numeric, apoi transferat în calculatorul care face procesarea. Un eantion, definit prin informația de luminanță și cea de culoare (dacă e cazul) se numește pixel (prescurtare de la "picture element"). Operațiile de eantionare și conversie sunt efectuate, de obicei, de un modul specializat, numit frame-grabber. Deoarece semnalul respectă standardul TV, eantioanele respectă ordinea liniilor și a semicadrelor. Din această ordine rezultă poziția fiecărui pixel într-o rețea bidimensională, care face ca un cadru să fie un semnal cu două coordonate spațiale (se consideră că eantioanele sunt luate în același timp, ceea ce nu este valabil decât pentru o scenă statică). Pentru reconstituirea imaginii din eantioane, fie se pot strecura numai pixelii corespunzători unui semicadru din două, fie se intercalează liniile provenind de la semicadrele pare și impare. Dacă cum s-a arătat mai sus, deplasarea rapidă a obiectului vizat generează deformarea imaginii. Pe de o parte, între începutul unui cadru și sfârșitul său se scurg 40 ms, ceea ce înseamnă că dimensiunile unui obiect, observate pe imagine, sunt alterate. Pe de altă parte, dacă se mixează semicadrele pare și impare, marginea obiectului apare decalată pe liniile alternative. O soluție este utilizarea camerelor cu obturator, la care imaginea este reținută prin captarea luminii pe o durată foarte scurtă, echivalentă cu eantionarea întregii imagini bidimensionale. În cazuri particulare se pot alege captori cu viteze mai mari (număr mai mare de cadre pe secundă).

Camerele digitale furnizează semnalul de imagine linie cu linie, ca și cel care s-ar obține prin eantionarea liniilor de la camerele analogice. Deosebirea este că semnalul este deja eantionat și convertit în numeric, nemaifiind necesar convertor analog/numeric. Din acest motiv, modulele frame-grabber specializate în achiziția semnalelor de la camera digitală sunt diferite de cele pentru semnal analogic. Mai mult, a fost posibil să se renunțe la modulele frame-grabber specializate, existând acum camere care trimit semnalul numeric direct la portul paralel sau la portul USB al calculatoarelor PC.

În fine, camera liniară este un senzor care furnizează semnal echivalent cu o linie TV. Acest semnal se folosește uneori numai sub forma unidimensională, spre exemplu în cazul în care un robot detectează direcția din care apare o sursă de lumină. Totuși, cea mai frecventă utilizare a camerei liniare este în mișcare relativă față de scena filmată, astfel încât să rezulte semnal bidimensional, ca în exemplele următoare: semnalul de la fax - în care imaginea se deplasează față de cameră, semnalul de la scanner - în care camera se deplasează față de imagine, semnalul de la dispozitivele de inspecție a suprafețelor (bande de metal, esuri etc.). Deplasarea relativă a camerei și scenei produce semnal similar cu cel de la camerele digitale bidimensionale.

În figura 5.3 se prezintă un exemplu de structură a plăcii frame-grabber, specializată pentru semnal analogic, în varianta care se instalează în conectorul de pe placa de bază a calculatorului (plug-in). Semnalul furnizat de captor este întârziat și convertit în numeric, de regulă în mod secvențial, pentru a fi prelucrat ulterior. Se observă ușor ce performanțe trebuie să aibă convertorul analog-numeric în situații uzuale: o durată a liniei de 52 ~s și 512 eantioane pe linie cer un timp de întârziere de maxim 100 ns. Inima modulului este circuitul care vehiculează cadrele imaginii, indiferent de sensul de transfer. El aduce imagini de la cameră sau de la magistrala de date a calculatorului și le transmite memoriei video, cu capacitatea de un cadru. Semnalul memorat poate fi transmis spre magistrala de date (pentru salvare pe hard-disc) și spre un convertor numeric/analogic, pentru afișare pe monitor. Modulele destinate studiourilor de televiziune au și posibilitatea de a mixa semnalele de imagine provenind de la surse diferite (cadrul curent al camerei, cadrul deja memorat și imaginea sosit pe magistrala de date), motiv pentru care folosesc informația de sincronizare preluată de la placa VGA.

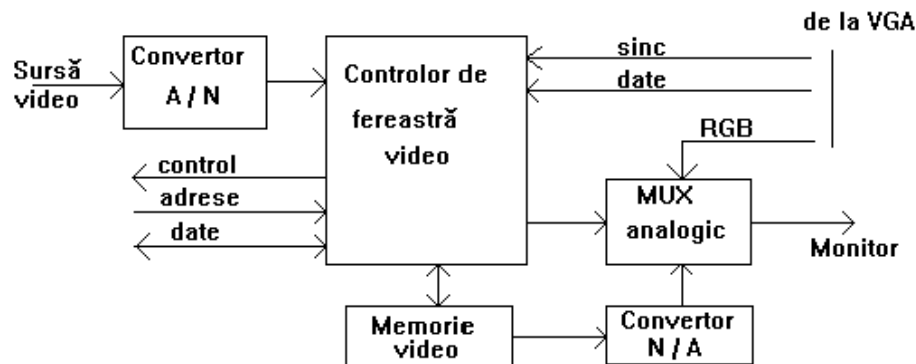


Figura 5.3: Structura unei plăci frame-grabber, pentru semnal analogic

Soluțiile hardware de achiziție a imaginii sînt variate, în funcție de destinația sistemului de prelucrare. Spre exemplu, placa frame-grabber poate dispune de un circuit de prelucrare foarte rapid (cum este DSP – digital signal processor), pentru a rezolva etapele de prelucrare preliminară a semnalului înainte de transferul spre unitatea centrală a calculatorului gazd. Această variantă este prezentată în figura 5.4a. Placa frame-grabber poate accepta mai multe intrări, cu semnal video complex analogic (ca în figura 5.4b) sau amestecate cu semnale modulate de radiofrecvență (cum se întîmplă în plăcile TV-tuner). Sistemele de prelucrare

destinate aplicațiilor industriale pot avea o structură distribuită pe module, cum este structura PLC (programmable logic controller) propusă de firma Allen Bradley (figura 5.4c).

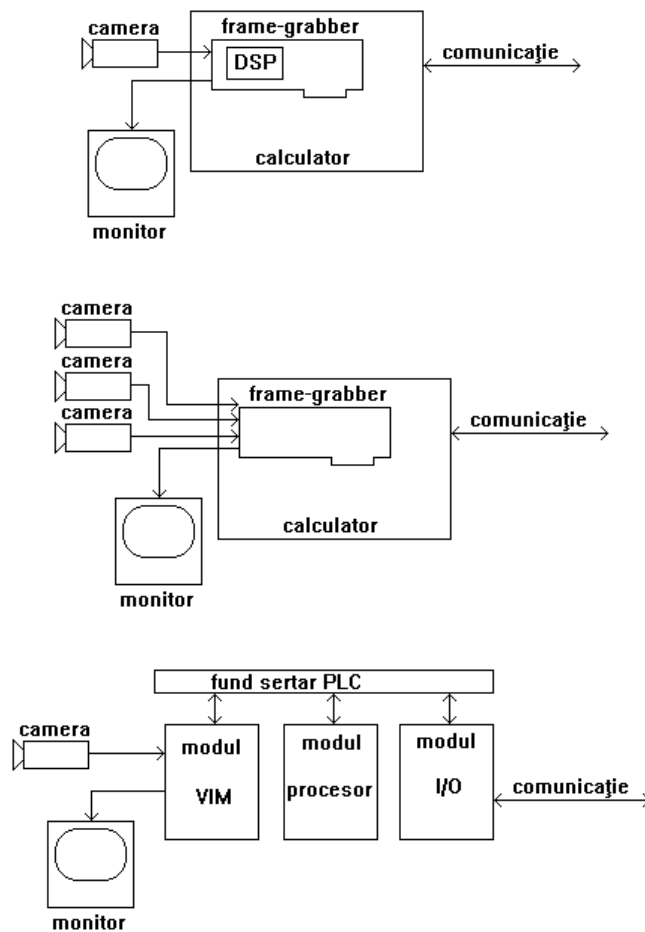


Figura 5.4: Structuri de sisteme de prelucrare a imaginilor, cu soluții diferite de achiziție

În cele prezentate mai sus a fost arătat faptul că ordinea de adresare a pixelilor (respectiv ordinea în timp din semnalul TV, astfel încât din ele să se poată

reconstitui imaginea original (bineînțeles, dacă este respectat teorema Shannon, a e antionării). Respectarea ordinii temporale nu definește univoc structura spațială a pixelilor care formează semnalul bidimensional. Pentru ordinea de pe o linie se preferă întotdeauna e antionarea periodică, aceasta fiind cea mai rezonabilă soluție, din punctul de vedere al reconstituirii informației și al soluțiilor de implementare hardware. Din punctul de vedere al succesiunii pixelilor pe verticală, există două variante: reeaua rectangulară și reeaua hexagonală. E antionarea rectangulară asigură că momentele de e antionare să fie fixate cu aceeași întârziere față de începutul liniei, pentru toate liniile. În consecință, pixelii unei imagini formează reeaua rectangulară menționată, cu aspectul din figura 5.5a. (Ne putem imagina că pixelul, reprezentat printr-un punct, a rezultat prin medierea luminanței pe o suprafață de formă rectangulară sau prin e antionarea punctuală în centrul acestei suprafețe.) Principalul avantaj al acestei soluții este simplificarea algoritmului de prelucrare a semnalului e antionat, pentru că sînt mai simplu de exprimat derivatele parțiale și alte mrimi punctuale, pe baza unei reele rectangulare. De asemenea, din punct de vedere tehnologic, se simplifică partea hardware. În general, distanța între două linii vecine de pe senzorul video poate fi diferită față de distanța între doi pixeli vecini ai unei linii de pe senzor. Totuși, se poate alege frecvența de e antionare în așa fel încît cele două distanțe să fie egale, ceea ce transformă reeaua rectangulară într-o reea periodică. Chiar pentru reea de e antionare periodică, soluția rectangulară prezintă un inconvenient, anume că vecinii cei mai apropiați ai unui pixel se află la distanțe diferite, care nu sînt multipli unei distanțe de bază. Există patru vecini aflați la distanțe egale (cei de sus, jos, stînga și dreapta) și patru vecini aflați pe diagonală, la distanțe multiplicată cu $\sqrt{2}$ față de prima distanță.

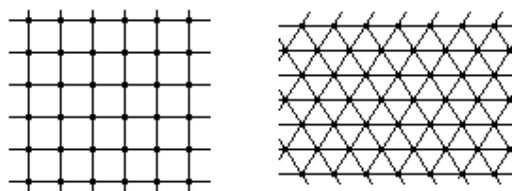


Figura 5.5: Reea de e antionare rectangulară (a) și hexagonală (b)

Alternativa la reeaua rectangulară este reeaua hexagonală, prezentată în figura 5.5b și numită astfel pentru că fiecare pixel poate fi considerat ca rezultînd prin medierea luminanței pe o suprafață hexagonală. Momentele de e antionare de pe liniile succesive sînt decalate. Cei mai apropiați vecini ai unui pixel sînt în

număr de 6 bi se află la distanțe egale față de acesta. Dificultățile care apar în hardware, ca și la prelucrarea soft, fac ca această variantă de rețea de eantionare să se folosească rar. În cele ce urmează, se va subînțelege că se lucrează cu pixelii rezultați prin eantionarea în rețea rectangulară.

Reprezentarea informației conținute de un pixel se face sub formă numerică, ca pentru orice semnal reprezentat în calculatorul numeric. Dacă imaginea este monocromă, fiecare pixel este reprezentat prin luminanța sa, exprimată numeric, cu o rezoluție care depinde de modulul frame-grabber sau de camera digitală utilizată. În mod uzual, 8 bi sunt considerați suficienți. Semnalul de imagine devine un semnal numeric 2D (bidimensional), adică luminanța funcție de două coordonate spațiale. Evident, eantionarea a fost făcută ca cele două coordonate să fie discrete și nu continue. Dacă imaginea este color, semnalul de imagine este o reunire de trei semnale bidimensionale. Cele mai uzuale variante de reprezentare a semnalului color sunt varianta RGB (intensitatea celor trei culori de bază) și varianta YUV (luminanța și două diferențe de culoare, ca în standardul PAL).

Memorarea acestei informații în fișiere urmează soluții foarte variate. Există trei categorii de organizare posibilă a imaginii din fișiere. Pentru imaginile obținute prin sinteză (cu programe specializate), memorarea se face vectorial, adică prin memorarea fiecărei imagini simple (numit primitiv), împreună cu coordonatele ei în imaginea sintetizată. Pentru imagini preluate de la cameră, memorarea se poate face sub formă de hartă a pixelilor sau sub formă de imagine comprimată.

Varianta de hartă de pixeli este cea mai apropiată de modul de eantionare și de afișare pe ecran. Pixelii sunt așezați într-o secvență, în ordinea în care rezultă prin eantionare, pe linii și pe cadru. Secvența de pixeli este memorată în fișier exact în această ordine. Dacă numărul de culori din imagine este foarte mare, pentru fiecare pixel se memorează cele trei componente (RGB). Această soluție este costisitoare, din punctul de vedere al memoriei ocupate. Dacă este suficient descrierea imaginii printr-un număr limitat de culori (spre exemplu 256), atunci se alocă tuiește întâi o paletă de culori (fiecare definită prin componentele RGB), după care se memorează, pentru fiecare pixel din secvență, adresa de intrare în paleta de culori. De regulă, paleta (dacă există) și secvența de pixeli sunt precedate de un antet (în limba engleză "header"), care conține informațiile despre lungimea fișierului, numărul de linii, de coloane (pixeli pe linie), numărul de biți pe pixel, numărul de culori din paletă (dacă nu se folosește codificarea RGB pentru fiecare pixel). Exemple de formate de fișiere care memorează imaginea sub formă de hartă de pixeli sunt .BMP (Bitmap) și .TGA (Targa). În fișierul în format .BMP, liniile se memorează în ordinea de jos în sus, iar pixelii de pe fiecare linie se memorează de la stînga la dreapta.

Fișierele în care se comprimă informația sînt, de obicei, cele destinate transmiterii la distanță, pentru a economisi timpul de transmitere sau banda necesară. De obicei algoritmul de compresie ține cont de repetițiile de pixeli cu aceeași culoare sau cu aceeași luminanță, sau renunță la o parte din culori. Un exemplu de format de fișier care comprimă imaginea este formatul .JPG.

În alineatele precedente a fost menționat faptul că vecinii unui pixel sînt luați în considerare la exprimarea derivatelor parțiale ale funcției luminanță sau a altor funcții (cum ar fi filtrele). În fapt, prelucrarea semnalului este antonată se face prin ecuații în diferențe, deci calculul valorilor funcțiilor pentru pixelul curent folosește inclusiv pixelii vecini. Din acest motiv, este util să se grupeze vecinii pixelului, după influența lor asupra expresiilor funcțiilor amintite. Există și un alt motiv pentru care interesează poziția vecinilor unui pixel, anume în lămurirea pixelilor în conturul unui obiect, detectat în imagine. În figura 5.6 apare un grup de 8 pixeli, vecini ai pixelului curent, notat cu **p**. Cei 4 vecini aflați la distanță mai mică față de pixelul central au indici impari. Se spune că acești pixeli sînt tetraconectați cu **p**. Despre întregul grup de 8 vecini se spune că sînt octoconectați. Denumirile vin de la numărul de vecini ai unui pixel, luați în considerare la stabilirea contururilor. O mulțime S de pixeli se zice i -conectată dacă pentru orice pereche de pixeli (p, q) din S , există un șir de pixeli p_1, \dots, p_n din S , cu $p_1 = p$ și $p_n = q$, cu proprietatea că oricare p_k este i -conectat cu p_{k+1} . Șirul p_1, \dots, p_n se numește drum i -conectat în S iar lungimea sa este $n-1$. Aplicînd denumirile definite mai sus, se înțelege că un contur este tetraconectat dacă toți pixelii săi sînt tetraconectați, în timp ce conturul octoconectat admite oricare dintre cele două conexiuni posibile între pixelii săi succesivi.

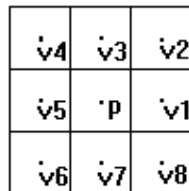


Figura 5.6 : Vecinii unui pixel

În figura 5.7 se poate observa de ce sînt necesare ambele moduri de conectare. Conturul închis, format din pixeli negri, este octoconectat, deci ar trebui să împartă planul în două zone albe distincte, neconectate. Totuși, pixelii p și q ,

apar înînd mul imii de pixeli albi, sînt octoconecta i, deci mul imea lor este de asemenea conectat . Pentru a l sa cele dou zone albe neconectate, trebuie s alegem pentru o mul ime octoconectivitate iar pentru cealalt tetraconectivitatea (recomandare din mai multe lucr ri, spre exemplu [Pop, 1989]). În cazul din figur , obiectul a fost ales octoconectat (mul imea pixelilor negri) iar fondul este tetraconectat.

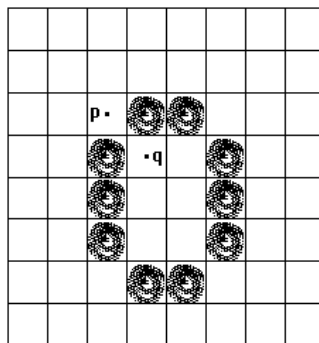


Figura 5.7: Separarea fondului tetraconectat în zone distincte de c tre conturul octoconectat

5.3. Prelucr ri preliminare

Înainte de prelucrarea imaginii, fie ea destinat unui operator sau unui automat de recunoa tere, se efectueaz o serie de opera ii premerg toare, care nu schimb esen a informa iei din imagine. O prim opera ie este reducerea dimensiunilor imaginii, în cazul în care ea este achizi ionat cu rezolu ie mai mare decît cea necesar . Spre exemplu, dac rezolu ia pe vertical i pe orizontal sînt duble fa de cea necesar , se poate reduce dimensiunea renun înd la 3/4 din pixeli (fiecare pixel din doi, atît pe linii cît i pe coloane). O solu ie mai pu in sensibil la zgomotul de frecven mare este de a înlocui fiecare grup de 4 pixeli care formeaz un p trat cu un pixel rezultat prin medierea luminan elor sau culorilor celor 4 pixeli originali (este o opera ie de filtrare "trece-jos").

O alt opera ie este "decuparea" por iunilor din imagine considerate nesemnificative. În realitate, nu se decupeaz imaginea, ci se memoreaz limitele zonelor care nu con in informa ie util . De regul , acest demers are ca rezultat reducerea timpului de prelucrare.

O categorie de prelucrări des întâlnite sînt reunite sub numele de filtrare. Obiectivele filtrărilor sînt diferite, în funcție de conținutul informațional vizat și de etapa în care se execută. Tipurile de filtre mai întâlnite sînt:

- filtru pentru eliminarea perturbațiilor accidentale, de tip impuls;
- filtru liniar pentru modificarea componentei spectrale a semnalului de imagine;
- filtru pentru eliminarea zgomotului "sare și piper", pe imaginea segmentată (numai în pixeli albi sau negri);
- filtru pentru eliminarea fragmentărilor sau reunirilor accidentale de imagini ale obiectelor, pe imaginea segmentată.

Dintre tipurile menționate mai sus, filtrarea pentru eliminarea zgomotului de tip impuls este realizată în faza preliminară, deoarece ea este utilă pentru oricare dintre prelucrările ulterioare.

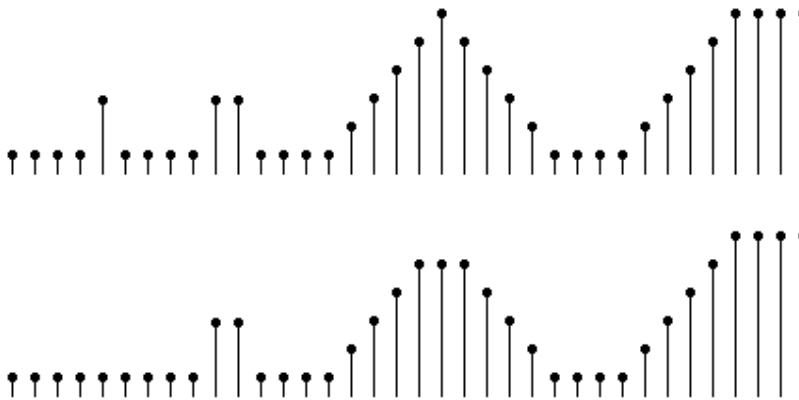


Figura 5.8: Exemplu de filtrare mediană, cu secvență de lungime 3

Cea mai populară metodă de filtrare este filtrarea mediană. Ea este o operație neliniară, special aleasă pentru eliminarea zgomotului de tip impuls care pot apărea pe semnalul TV, care se propagă și în semnalul de antenă. Se folosește noțiunea de mediană a unei secvențe de N pixeli (N este impar), care este valoarea mai mare sau cel puțin egală cu $(N-1)/2$ valori ale secvenței și mai mică sau cel mult egală cu celelalte $(N-1)/2$ valori. Pentru a sesiza utilitatea acestei noțiuni, se presupune, pentru început, un semnal de antenă unidimensional, ca în figura 5.8. Algoritmul de filtrare se aplică fiecărui pixel, astfel: se crează o secvență de lungime N pixeli, centrată în pixelul curent, iar valoarea pixelului corespunzător al

semnalului filtrat se alege mediana secvenței. Proprietatea acestei metode este că nu alterează semnalele de tip treaptă și rampă, dar elimină impulsurile parazite de lungime mai mică de $(N-1)/2$. Lungimea N a ferestrei se alege în funcție de durata impulsurilor ce se dorește a fi eliminate. În figura 5.8 apar semnalul original și semnalul filtrat, secvența fiind de lungime 3 (după [Pop, 1989]). Se observă cum au fost eliminate impulsurile izolate de lungime 1, în timp ce impulsurile de lungime 2 sunt păstrate, fiind considerate semnal util. Dacă impulsurile de lungime 2 erau considerate perturbări, atunci se folosea o secvență de lungime 5. Nu trebuie să se înțeleagă că filtrarea a reconstituit semnalul original (operația este imposibilă), ci că porțiunea perturbată a semnalului a fost înlocuită cu valoarea cea mai plauzibilă, extrasă din pixelii vecini celor perturbate.

Trecând la semnalul bidimensional, se aplică un algoritm asemănător, cu menirea că fereastra de filtrare este bidimensională, în formă de cruce, ca în figura 5.9. Pentru eliminarea unei perturbări de dimensiune 3×3 este necesară o fereastră de filtrare 7×7 . Aparent, filtrul bidimensional nu este adecvat, pentru că impulsurile de dimensiune nu prea mare vor necesita o fereastră mare, care duce la distorsionarea neliniară a imaginii. În realitate, filtrul este foarte eficient pentru o categorie de perturbări, sub formă de impulsuri provenite din zgomotul de intensitate mare, care a produs saturarea temporară a circuitelor electronice din cameră. Le observăm pe imaginea TV sub forma unor linii parazite orizontale, albe sau negre, uneori de lungime comparabilă cu lungimea liniei TV. Lungimea impulsurilor este prea mare pentru ca ele să fie filtrate în ordinea temporală a eantioanelor sau pentru filtrare bidimensională. În schimb, se ține cont de faptul că, chiar pentru un impuls cu durata cât a unei linii, un singur pixel pe coloană este perturbat. În consecință, se efectuează o filtrare unidimensională, pe direcția verticală, pentru fiecare coloană. O fereastră de filtrare minimă, de dimensiune 3, duce la eliminarea liniei perturbate.

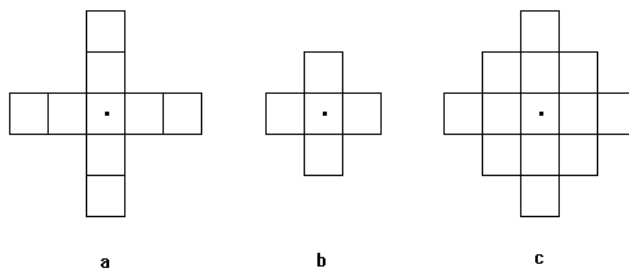


Figura 5.9: Ferestre cruce pentru filtrare

Pentru ilustrarea problemei timpului de prelucrare, se calculează necesarul de operații pentru o filtrare mediană, realizată ca în alineatul precedent. Pentru fiecare pixel, sînt necesare trei citiri, 2,66 comparații (în medie statistic) și o operație de scriere. Necesarul de calcule pentru toată imaginea rezultă prin înmulțirea cu numărul de linii și cu numărul de coloane. Dacă s-ar folosi o fereastră mai mare, numărul calculelor ar crește mai rapid decât dimensiunea ferestrei, pentru că este necesar ordonarea valorilor din fereastră, mare consumatoare de timp. Algoritmul prezentat mai sus este tipic pentru semnalul de luminanță. Cum perturbațiile în impulsuri pot apărea și pe semnalul color, filtrarea se poate aplica pentru informația de culoare, dar decizia se ia tot pe baza luminanței.

5.4. Îmbunătățirea imaginii (enhancement)

Operațiile de îmbunătățire a imaginii au drept scop acela de a o face mai lizibilă pentru operatorul uman. Printre cele mai frecvente transformări se numără filtrarea liniară, accentuarea muchiilor, schimbarea scării de gri și prelucrarea pseudocolor.

5.4.1. Filtrări liniare

Semnalul 2-D (bidimensional) suferă din cauza zgomotului, la fel ca semnalul 1-D (unidimensional), indiferent de faptul că cele două dimensiuni sînt spațiale și nu temporale. Dacă imaginea monocrom conține zgomot cu componente de frecvențe mari, ea are aspectul de imagine cu "purici", adică suprapunerea unor puncte mai albe și a altora mai negre decât media locală a luminanței. Pentru imaginea color, fenomenul este la fel de supărător, mai ales dacă zgomotul afectează inclusiv semnalul de diferență de culoare, pentru că se aglomerează puncte de culori diferite, care fac imaginea slab inteligibilă. Ca și în cazul semnalului 1-D, semnalul poate fi filtrat "tece-jos", pentru a diminua componentele de zgomot de frecvență mare. Evident, frecvența de tăiere a filtrului, interpretată aici în sensul de frecvență spațială, se alege în funcție de limita de sus a frecvenței din spectrul semnalului util.

Filtrarea semnalului de imagine diferă de cea a semnalului pentru care variabila independentă este timpul, pentru că se consideră că eantioanele au fost luate simultan. În această situație, nu este obligatoriu ca filtrul aplicat să fie cauzal, pentru că nu există noțiunea de precedență sau de cauzalitate între pixeli. În consecință, se folosește o filtrare necauzală, mai comod de aplicat semnalului bidimensional. De regulă, prin filtrare se construiește o a doua imagine (cea filtrată). În continuare se descrie metoda de filtrare pentru semnal monocrom, mai ușor de aplicat. Peste întreaga imagine originală se deplasează o fereastră de filtrare. Pentru fiecare pixel se calculează valoarea filtrată a luminanței, prin sumă ponderată a luminanțelor pixelilor din fereastră; această nouă valoare se înscrie în poziția corespunzătoare din imaginea filtrată. Pentru comoditate, ponderile utilizate la filtrare se înscriu într-o matrice de aceeași dimensiune cu masca de filtrare. Exemple de matrițe pentru filtrare "trece-jos" sunt prezentate în figura 5.10. Ordinul filtrului este determinat de dimensiunea ferestrei (este cu 1 mai mic decât această dimensiune) iar caracteristica de frecvență este determinată de valorile ponderilor. După cum s-a arătat, un efect al filtrării "trece-jos" este atenuarea frecvențelor înalte, presupuse a proveni din zgomot. Din acest motiv, există tendința de a alege o frecvență de tăiere mică. Există însă și alt efect al filtrului, anume "netezirea" sau netezirea muchiilor din imagine, adică a acelor zone în care există tranziții de la luminanță mare spre mică sau invers. Spre exemplu, cele două fronturi importante din linia TV redată în figura 5.2 corespund cu intersectarea unei muchii. Cu cât frecvența de tăiere a filtrului este mai jos, cu atât muchia va fi mai atenuată (scad derivatele parțiale ale luminanței, în raport cu coordonatele spațiale). Deoarece prezența muchiilor în imagine este esențială pentru inteligibilitate (în acest fel operatorul detectează contururile obiectelor), frecvența de tăiere nu se poate alege prea jos. În concluzie, alegerea acestui parametru al filtrului este un compromis între tendința de atenuare a zgomotului de frecvență mare și prudența în privința netezirii muchiilor, compromis influențat de cunoștințele anterioare asupra componentelor spectrale ale zgomotului și semnalului util.

$$H = \frac{1}{9} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad H = \frac{1}{10} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad H = \frac{1}{16} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 4 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

Figura 5.10: Matrice de ponderi din ferestrele de filtrare "trece-jos"

Un alt aspect important al alegerii ponderilor este păstrarea luminanței medii originale după filtrare. În acest scop, suma ponderilor din matrice trebuie să fie 1

(este ușor de demonstrat), restricția fiind respectată în figură. În privința aspectelor de algoritmi numerici, există două probleme legate de prelucrarea imaginii. Pe de o parte, trebuie verificat la fiecare pixel dacă valoarea calculată depășește intervalul maxim al luminanțelor (spre exemplu, între 0 și 255 pentru luminanță exprimată pe 8 biți). Dintre variantele de filtrare, cea "trece-jos" nu este afectată de această problemă. Se deduce imediat (inclusiv pe matricele de ponderi folosite ca exemple) că valoarea mediată nu poate depăși limitele luminanței originale. A doua problemă este legată de exprimarea luminanței din semnalul original prin numere întregi, deoarece a rezultat în urma unei conversii A/N. Luminanța din imaginea filtrată se poate exprima în numere reale, dar acest demers este inutil din punctul de vedere al rezoluției și al afișării pe un monitor. De regulă, luminanța filtrată se rotunjește la cel mai apropiat întreg.

Pentru imagine color, filtrarea se poate efectua fără a afecta conținutul de culoare, dacă se filtrează separat cele trei semnale - R, G și B, folosind aceeași matrice de ponderi pentru toate trei. Același efect îl are filtrarea luminanței și pierderea semnalelor de diferență de culoare, dacă imaginea este codificată YUV.

Prin opoziție cu filtrarea "trece-jos", filtrarea "trece-sus" se folosește în situația când semnalul de imagine este prea uniform, muchiile nu sînt vizibile, ca la o imagine care se vede prin ceață. Componentele din partea de sus a spectrului semnalului util sînt accentuate, în scopul ca muchiile să fie mai ușor discernabile. Prezența muchiei în imagine se materializează printr-o variație bruscă de luminanță. Pentru a o pune în evidență este necesar un operator care accentuează frecvențele înalte, deci un operator de diferențiere. Trebuie ținut cont de proprietatea caracteristicii de filtru "trece-sus" de a atenua frecvențele joase. Efectul asupra imaginii este uniformizarea zonelor întinse în care luminanța este constantă, deci dispariția diferențelor între zonele cu luminanțe diferite. Din acest motiv, pentru a avea simultan informația inițială de joasă frecvență și informația filtrată de frecvență mare, se utilizează metode de filtrare prin care se sumează imaginea originală cu cea rezultată prin filtrare "trece-sus". Un astfel de exemplu este prezentat în figura 5.11. Din măsca rezultat se observă că luminanța medie a imaginii originale este conservată. Din punct de vedere al algoritmului numeric, se constată că valoarea rezultat prin filtrare poate depăși limitele acceptate ale luminanței, motiv pentru care ea trebuie trunchiată. Ca și în cazul precedent, valoarea filtrată poate fi fracționară, dar rotunjirea la valoarea întreagă cea mai apropiată nu produce o pierdere semnificativă de informație. Pentru imaginea color, se pot imagina mai multe variante de filtrare, în funcție de muchiile pe care dorim să le accentuăm (după luminanță, după una dintre culori etc.).

$$H = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -1 & -2 & -1 \\ -2 & 12 & -2 \\ -1 & -2 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & -2 & -1 \\ -2 & 13 & -2 \\ -1 & -2 & -1 \end{bmatrix}$$

Figura 5.11: Filtru "trece-sus", cu conservarea mediei luminanței

5.4.2. Operatori de accentuare a muchiilor, invarianți la rotație

După cum s-a arătat, filtrarea "trece-sus" are proprietatea de a accentua muchiile, tot așa cum un filtru cu efect de derivare accentuează panta semnalului 1-D. Pentru semnalul de imagine este însă necesară o proprietate suplimentară: aceea că orientarea muchiei față de axe de coordonate să nu aibă nici o influență asupra accentuării obținute, deoarece nu se cunosc a priori direcțiile muchiilor din imagine. În această problemă nu are importanță faptul că muchia este rotită față de axe sau că axe se rotesc față de imagine, de aceea se cere ca operatorul de derivare să fie invariant la rotația axelor (se mai spune izotrop). Doi operatori cu această proprietate sunt deja cunoscuți, anume operatorul Laplace și modulul gradientului. Pentru simplitatea expunerii, este preferabil să se demonstreze aceste proprietăți în spațiul continuu, apoi să se caute aproximații ale operatorului dorit pentru spațiul discretizat.

Dacă $F(x,y)$ este funcția de luminanță a imaginii, operatorul Laplace este:

$$\Delta F(x, y) = \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 F}{\partial y^2} \quad (5.1)$$

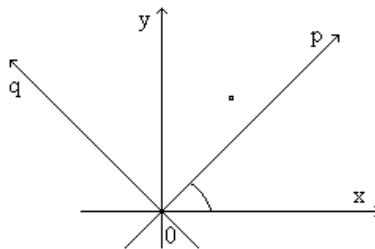


Figura 5.12: Schimbarea de coordonate prin rotație

Se presupune că axe de coordonate suferă o rotație în jurul originii, cu unghiul θ , ca în figura 5.12. Noile coordonate sunt:

$$\begin{aligned} p &= x \cos \Gamma + y \sin \Gamma \\ q &= -x \sin \Gamma + y \cos \Gamma \end{aligned} \quad (5.2)$$

Operatorii de derivare parțial în raport cu noile coordonate sînt:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial p} &= \cos \Gamma \frac{\partial}{\partial x} + \sin \Gamma \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial q} &= -\sin \Gamma \frac{\partial}{\partial x} + \cos \Gamma \frac{\partial}{\partial y} \end{aligned} \quad (5.3)$$

Pe baza lor se stabilește noua formă a operatorului Laplace.

$$\begin{aligned} \Delta F(p, q) &= \frac{\partial}{\partial p} \left(\frac{\partial F}{\partial p} \right) + \frac{\partial}{\partial q} \left(\frac{\partial F}{\partial q} \right) = \\ &= \cos^2 \Gamma \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} + 2 \sin \Gamma \cdot \cos \Gamma \frac{\partial^2 F}{\partial x \partial y} + \sin^2 \Gamma \frac{\partial^2 F}{\partial y^2} + \sin^2 \Gamma \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} - \\ &\quad - 2 \sin \Gamma \cdot \cos \Gamma \frac{\partial^2 F}{\partial x \partial y} + \cos^2 \Gamma \frac{\partial^2 F}{\partial y^2} = \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 F}{\partial y^2} = \Delta F(x, y) \end{aligned} \quad (5.4)$$

Se constată că operatorul produce aceeași valoare în ambele sisteme de coordonate, ceea ce arată că este invariant la rotație. Din acest motiv, se poate folosi pentru a crea o imagine cu muchiile accentuate, deoarece accentuarea va fi aceeași, indiferent de orientarea lor față de axe.

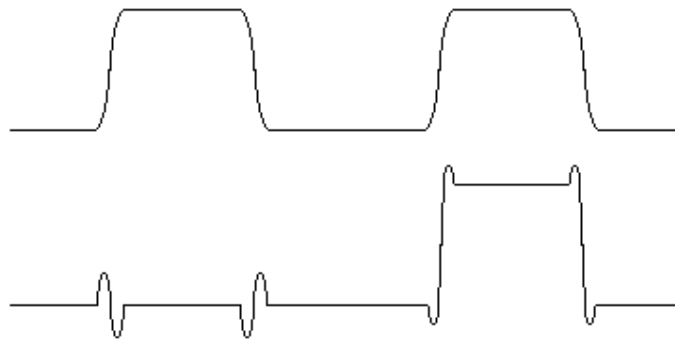


Figura 5.13: Accentuarea tranzițiilor de luminanță la semnalul 1D

Pentru ilustrarea accentuării, se consideră cazul unui semnal unidimensional, conținând două zone luminoase (diagrama de sus din figura 5.13). În partea de jos a figurii apar: semnalul obținut prin derivare de două ori (efectul operatorului Laplace pentru semnal 1D) și semnalul obținut prin scăderea derivatei a doua din semnalul original. Se observă că tranzițiile de luminanță sînt mai abrupte.

Un alt operator care se poate folosi este gradientul luminanței, al cărui modul este de asemenea invariant la rotație. Direcția locală de maximă variație a funcției $F(x,y)$ este chiar direcția gradientului, dat prin panta m . Expresiile modulului și pantei sînt:

$$|grad(F)| = \sqrt{\left(\frac{\partial F}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial F}{\partial y}\right)^2} \quad (5.5)$$

$$m = \frac{\partial F}{\partial y} / \frac{\partial F}{\partial x} \quad (5.6)$$

Deoarece semnalul supus prelucrării este eantionat, operatorul definit în spațiul continuu trebuie înlocuit cu aproximarea sa discretă. Discretizarea funcțiilor continue, adică trecerea la ecuații în diferențe, nu este o operație simplă. Totuși, pentru acest caz, se găsesc aproximări simple ale derivatelor. Spre exemplu,

$$\frac{\partial F}{\partial x} = \frac{F(x) - F(x-1)}{x - (x-1)} = F(x) - F(x-1) \quad (5.7)$$

$$\frac{\partial^2 F}{\partial x^2} = F(x+1) - 2F(x) + F(x-1). \quad (5.8)$$

Consecința aproximărilor descrise mai sus este o matrice de aproximare a operatorului Laplace, care se sumează ponderat cu imaginea originală, ca în figura 5.14. Valoarea z este ponderea cu care intră acest operator la sumare. Se observă că operatorul rezultat este invariant la rotație și că media luminanței rezultate este egală cu cea originală.

$$H = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} - z \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & -4 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -z & 0 \\ -z & 1+4z & -z \\ 0 & -z & 0 \end{bmatrix}$$

Figura 5.14: Operatorul pentru accentuarea muchiei

5.4.3. Modificarea scării de gri

O situație întâlnită în practică, care îngreunează analiza imaginii monocrome de către operator, este lipsa de contrast. Dacă partea cea mai interesantă a imaginii conține pixeli cu luminanță limitată la un interval îngust, capacitatea de discernere a obiectelor este mică. Acest fenomen se datorează sensibilității scăzute a ochiului uman la semnal monocrom (niveluri de gri). Întinderea mică pe scara nivelurilor de gri este similară cu amplitudinea mică a unui semnal sonor redat pentru operatorul uman. În consecință, este necesară o operație similară cu amplificarea, prin care intervalul luminanțelor zonelor interesante să se extindă la aproape toată scara disponibilă de gri. Pentru aceasta, se folosește o transformare neliniară, cum ar fi cea prezentată în figura 5.15. Partea liniară a transformării respectă ecuația:

$$g_o = (g_{alb} - g_{negru}) \frac{g_i - g_{min}}{g_{max} - g_{min}} + g_{negru} \quad (5.9)$$

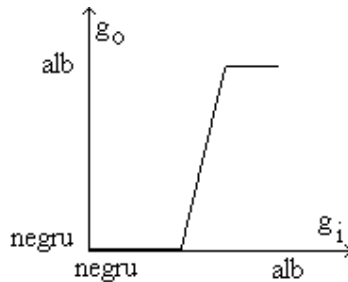


Figura 5.15: Modificarea scării de gri

În această ecuație, g_i este luminanța originală, g_o este luminanța transformată iar g_{min} și g_{max} sînt valorile minime și maxime ale intervalului de luminanțe conținut în partea interesantă din imaginea originală. Valorile rezultate prin transformarea (5.9) sînt trunchiate la intervalul $[g_{alb}, g_{negru}]$. Prin operația prezentată, părțile considerate neinteresante devin numai albe sau numai negre, lăsînd liberă toată scara de gri pentru restul imaginii. Metoda se folosește în cazurile cînd contrastul original este scăzut, cum ar fi în analiza imaginilor din aparatură medicală (radiologie, ecografie), analiza imaginilor luate din satelit sau avion (teledetecție) sau a scenelor cu luminanțe variabile. Spre exemplu, analiza

unei scene din mediul metalurgic poate fi stînjinit de existența unei surse puternice de lumină, care nu este interesant în acel moment. Circuitul de reglare automată amplificării camerei face ca celelalte zone ale imaginii să ocupe o parte minoră a scării de gri. Pentru a corecta situația, se realizează o transformare ca cea de mai sus, prin care zonele interesante se pot distinge comod.

În locul curbei de transformare din figura 5.15 se pot folosi alte variante, în funcție de gradul dorit de accentuare a contrastului. Practicienii le cunosc sub numele de curba de corecție *gamma*, curba *în S* etc. La limită, dacă partea înclinată a curbei devine verticală, imaginea se transformă în una cu alb și negru, ca și în operația de segmentare, care va fi descrisă mai jos.

5.4.4. Prelucrarea pseudocolor

Așa cum s-a mai menționat, ochiul uman este puțin sensibil la imaginea monocromă, în sensul că distinge puțin trepte în scara de gri prezentă într-o imagine. Un observator neantrenat poate distinge 10-12 trepte, în timp ce același observator poate distinge ușor peste 100 de nuanțe de culoare. Din acest motiv, este avantajos pentru observator ca nivelurile de gri să fie reprezentate prin nuanțe de culoare diferite, prin care să se poată discerne zonele cu luminanțe apropiate. Pentru că nuanța rezultatului nu are nici o legătură cu culoarea originală din scenă (dacă aceasta a existat), prelucrarea se numește pseudocolor. Transformarea este foarte simplă și se bazează pe un tabel cu atîtea intrări cîte niveluri de gri există în imagine și cu 3 ieșiri, reprezentînd componentele R, G, B ale imaginii transformate.

5.5. Segmentarea și filtrarea imaginii segmentate

Prelucrările descrise pînă aici sînt destinate simplificării observării imaginii de către un operator uman. Ele se concentrează asupra modificării imaginii în sensul apropierii de aspectul cunoscut și ușor de sesizat, deoarece creierul operatorului lucrează ca un analizor de imagini și automat de recunoaștere a formelor și situațiilor, bine antrenat de natură. Dimpotrivă, dacă prelucrarea imaginii este destinată unui sistem automat de recunoaștere și decizie, informația trebuie să se gasească sub formă numerică și sintetică, așa cum trebuie să o trateze un calculator.

Pentru fiecare obiect prezent în scenă, sistemul de prelucrare a imaginii extrage informațiile susceptibile de a participa la recunoaștere, numite trăsături. Principala operație care precede extragerea de trăsături este individualizarea obiectelor. Pentru aceasta, trebuie marcați pixelii care apar în obiectelor și fondului, trebuie eliminate zgomotele și apoi atașată câte o etichetă fiecărui grup de pixeli.

5.5.1. Segmentarea

Separarea pixelilor după apartenența la fond sau la obiecte se numește segmentare. De exemplu, dacă scopul prelucrării este recunoașterea scrisului, trebuie întâi detectați pixelii care fac parte din fiecare caracter. În robotică, trebuie detectate toate obiectele care apar în scenă, izolate de fond (acesta nu interesează) și etichetate. Pentru că împărțirea în obiecte și fond să fie scutită de posibile confuzii, fondul este suma obiectelor din mediu, altele decât cele care trebuie separate, eventual considerate neinteresante sau imposibil de individualizat. Spre exemplu, piesele deplasate pe o bandă rulantă pot constitui obiectele de separat, în timp ce suprafața benzii, a peretelui din spate și a balustradelor constituie fondul. Asemănător, într-o problemă de recunoaștere a defectelor pe o bandă metalică, fondul este suprafața cu calitatea corectă, în timp ce obiectele sunt zonele cu defecte.

Criteriile cele mai frecvente de segmentare sunt luminanța, culoarea și textura. În prima variantă se presupune că obiectele care ne interesează au luminanțe cuprinse într-un anumit interval, iar fondul sau alte obiecte nu posedă valori cu aceeași luminanță. A doua variantă presupune că obiectele care trebuie separate au o proprietate distinctă a compoziției de culoare, care nu se regăsește la fond sau la celelalte obiecte. În fine, cea de a treia variantă presupune că obiectele de separat posedă o proprietate distinctă în ceea ce privește periodicitatea atributelor pixelilor (fie prin luminanță, fie prin culoare). Acest tip de proprietate se numește textură și este cea care ne ajută să deosebim o suprafață textilă, o suprafață din vinil sau o suprafață metalică, chiar dacă sunt vopsite în aceeași culoare. Pentru că segmentarea după luminanță este cea mai intuitivă (se mai numește segmentare după nivelul de gri, dacă imaginea este monocrom), ea va fi prezentată ca exemplu reprezentativ pentru operația de segmentare.

Situația cea mai transparentă și simplă de tratat este cea în care obiectele au luminanțe grupate într-un interval al scării de gri, iar luminanța fondului ocupă restul scării de gri. Se presupune că obiectele nu se suprapun și nu au variații

semnificative de luminanță în preajma frontierei dintre ele sau dintre ele și fond. În acest caz, segmentarea constă în declararea ca pixeli-obiect a pixelilor ale căror luminanțe apar în primul interval, în timp ce restul pixelilor sunt declarați ca apar în fondului. Spre exemplu, dacă histograma luminanțelor (încă numită histograma nivelurilor de gri) prezintă două maxime distincte, corespunzând fondului și obiectelor, atunci segmentarea se poate face prin compararea luminanței fiecărui pixel cu un prag. În figura 5.16 apare o astfel de histogramă, numită histogramă bimodală, pentru că posedă cele două maxime pronunțate. În abscisă este reprezentat nivelul de gri iar în ordonată frecvența de apariție.

Pentru segmentare trebuie decis pragul între luminanțele fondului și obiectului sau obiectelor. Acest prag se poate alege la nivelul situat între cele două maxime și având valoarea minimă a frecvenței de apariție (adică la minimul local situat între cele două maxime ale histogramei). Bineînțeles, datorită caracterului întâmplător al histogramei, valorile ei trebuie întâi filtrate, pentru a nu avea de ales între mai multe minime locale nerepresentative. Altă metodă este de a parametriza curba de luminanță a fundalului luminos (se poate considera o repartiție normală) și de a alege pragul la $2,5 \cdot \sigma$ de medie, unde σ este deviația standard. În final, pixelii cu luminanță mai mare decât pragul se declară ai fondului, în timp ce pixelii mai întunecați se declară ca apar în obiectelor.

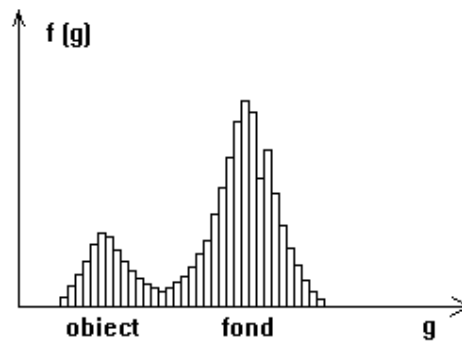


Figura 5.16: Histogramă bimodală (obiect întunecat pe fond luminos)

În alte situații, histograma poate prezenta mai multe maxime și minime, toate semnificative, ca în figura 5.17. În astfel de cazuri, cel mai probabil este că scena conține mai multe categorii de obiecte, cu luminanțele în intervale diferite, ceea ce simplifică recunoașterea lor. Se efectuează mai multe operații de segmentare, pentru detectarea fiecărei categorii de obiecte. De fiecare dată, se fixează intervalul de luminanță care corespunde respectivei categorii. Limitele acestui

interval au fost alese după studierea histogramei, într-o etapă anterioară de analiză a problemei, în care au fost folosite imagini înregistrate ale scenelor posibile. Spre exemplu, histograma din figura 5.17 a fost observată într-o problemă de detectare a bramelor (lingouri mari de metal), în industria metalurgică. Primul maxim corespunde balustradelor și spațiilor neluminate din scenă, care creează zone întunecate ale imaginii. Al doilea maxim corespunde suprafeței bramei care trebuie detectat. Ultimul maxim este produs de piesele metalice care strălucesc și care se află în afara bramei.

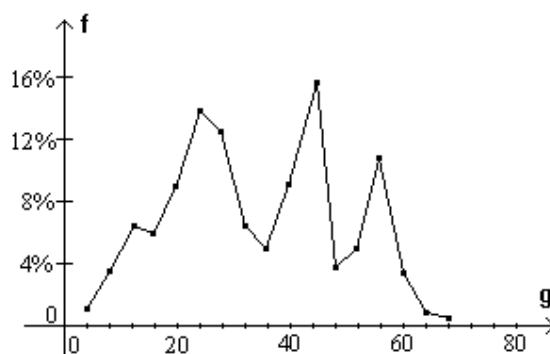


Figura 5.17: Histogramă cu mai multe maxime, corespunzând unor grupuri de obiecte

Se impune o observație foarte importantă, referitoare la succesul operației de segmentare: de regulă, proiectantul anticipează complexitatea segmentării și alege iluminarea scenei și coloritul, astfel încât să simplifice recunoașterea (din care segmentarea este numai o etapă). Practicienii afirmă că o iluminare corectă și un colorit distinct pentru fond și obiecte (nu întotdeauna alegerea coloritului este posibilă, cum este cazul din metalurgie) rezolvă mai mult de jumătate din problemă.

La încheierea segmentării rezultă o imagine bidimensională binară, adică un semnal în care valorile 0 și 1 indică apartenența la fond sau la o clasă de obiecte. Se mai numește imagine "binarizată". În spiritul celor prezentate mai sus, este posibil ca o singură imagine captată de cameră să producă mai multe imagini segmentate, în funcție de obiectivul urmărit și de criteriile folosite. Prelucrările următoare operează numai pe imaginile cu conținut binar.

5.5.2. Filtrarea zgomotului "sare și piper"

Zgomotul constând în pixeli izolați, cu luminanță puternic diferită de luminanța medie a pixelilor înconjurători, se numește foarte sugestiv "sare și piper". După segmentare, prezența acestui zgomot se manifestă prin existența de pixeli izolați, albi pe fond negru și negri pe fond alb. La operația de etichetare acest lucru produce un număr mare (și superior) de false obiecte de dimensiune minimă și de false găuri în obiecte. Pentru eliminarea fenomenului, se recomandă o operație numită "netezire logică", realizată în interiorul unei măști 3x3. Pixelul curent este transformat în 1 dacă toți vecinii sunt 1, transformat în 0 dacă toți vecinii sunt 0 și lăsat neschimbat în restul situațiilor. Notând cu p' valoarea obținută prin filtrare și folosind pentru vecinii octoconectați ai pixelului curent notațiile din figura 5.6, se poate scrie funcția logică care are proprietatea de mai sus:

$$p' = p \cdot [p \cdot (\bar{v}_1 \cdot \bar{v}_2 \cdot \bar{v}_3 \cdot \bar{v}_4 \cdot \bar{v}_5 \cdot \bar{v}_6 \cdot \bar{v}_7 \cdot \bar{v}_8) + \bar{p} \cdot (v_1 \cdot v_2 \cdot v_3 \cdot v_4 \cdot v_5 \cdot v_6 \cdot v_7 \cdot v_8)] + \bar{p} \cdot (v_1 \cdot v_2 \cdot v_3 \cdot v_4 \cdot v_5 \cdot v_6 \cdot v_7 \cdot v_8) \quad (5.10)$$

care duce la relația mai simplă:

$$p' = p \cdot (v_1 + v_2 + v_3 + v_4 + v_5 + v_6 + v_7 + v_8) + \bar{p} \cdot (v_1 \cdot v_2 \cdot v_3 \cdot v_4 \cdot v_5 \cdot v_6 \cdot v_7 \cdot v_8) \quad (5.11)$$

5.5.3. Erodarea și dilatarea

În prezența zgomotului, conturul poate rezulta excesiv de zdrențuit, ceea ce afectează valoarea perimetrului și a altor trăsături. Pentru netezirea sa se utilizează tehnica eroziunii și a dilatării. Se folosesc abloane ca cele din figura 5.9b și 5.9c, formate dintr-un pixel de referință (central) și un număr de pixeli conectați cu primul. Ablonul din figura 5.9b se notează B3 iar cel din figura 5.9c se notează B5. Se demonstrează că utilizarea ablonului B5 este echivalentă cu utilizarea în doi pași succesivi a ablonului B3, astfel încât, în continuare, se face referire numai la rezultatele obținute cu B3, aplicat o dată sau de mai multe ori. Imaginea erodată a obiectului S este o submulțime de pixeli din S, cu proprietatea că peste fiecare se poate suprapune pixelul de referință, astfel încât ablonul să rămână integral în S. Imaginea dilatăată a obiectului este constituită din mulțimea S reunită cu pixelii din afara lui S peste care se poate suprapune pixelul de referință astfel

încît ablonul să aibă cel puțin un element comun cu S . În figura 5.18 apare imaginea unui obiect, care a fost dilatat de două ori succesiv, cu ablonul B_3 . (Pixelii albi semnifică obiectul inițial, în timp ce pixelii negri reprezintă rezultatul dilatării.) Se observă cum zădrenuirea conturului a fost în parte eliminată. În general, efectul dilatării cu B_3 este umplerea găurilor și fisurilor de dimensiune mică (sub 3) și unirea obiectelor vecine (despărțite de fisuri subiri). Efectul erodării este de mărirea găurilor și fisurilor, dispariția obiectelor de dimensiune mică (sub 3) și separarea obiectelor vecine, conectate accidental prin câțiva pixeli octoconectați. Eroarea mică crește aria obiectului și mărește aria găurilor, în timp ce dilatarea le modifică în sens invers.

Transformarea constând într-o erodare și o dilatare a imaginii S se numește deschidere a lui S . Prin deschidere conturul devine mai puțin zădrenuit și se accentuează structura locală, în sensul că porțiuni slab conectate ale imaginii obiectului devin neconectate. Aria deschiderii lui S rămâne aproximativ nemodificată. Transformarea constând într-o dilatare și o erodare a imaginii S (eventual cuprinzând mai multe obiecte) se numește închidere a lui S . Ea elimină fragmentele accidentale datorate zgomotului și accentuează structura globală, în sensul că obiecte foarte apropiate se reunesc într-unul singur, iar găurile mici pot dispărea. Închiderea și deschiderea imaginii binarizate se folosesc, ca și celelalte filtrări, pentru reconstituirea proprietăților originale, înainte de extragerea trăsăturilor.

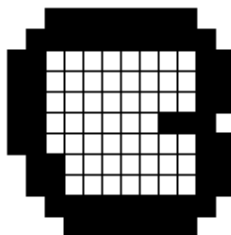


Figura 5.18: Imagine dilatăta pentru eliminarea zădrenuirii conturului

5.6. Extragerea trăsăturilor

5.6.1. Informații de natură dimensională

Înainte de extragerea trăsăturilor, fiecare obiect distinct din imagine și fiecare gaură trebuie etichetate. Aceasta înseamnă crearea câte unei înregistrări pentru fiecare obiect sau gaură, în care să se memoreze toate informațiile topologice și relaționale. Pentru etichetare, se efectuează o baleiere a întregii imagini segmentate. De fiecare dată când este întâlnit un pixel aparținând unei noi entități, se deschide o nouă înregistrare, care poartă o etichetă nouă. Dacă se constată că două înregistrări corespund aceleiași entități, se procedează la unificarea lor, în sensul că se reunesc informațiile corespunzătoare celor două etichete într-o singură înregistrare și se renunță la una din etichete. În final, se obține o listă de înregistrări etichetate, conținând informațiile relative la fiecare obiect sau gaură. În timpul baleierii se memorează informații privitoare la pixelii respectivei etichete, precum: numărul de pixeli, suma absciselor pixelilor, suma ordonatelor, abscisele maxime și minime, ordonatele maxime și minime, valoarea maxime și minime a sumei abscis + ordonat, valoarea maxime și minime a diferenței abscis - ordonat, eticheta obiectului sau găurii în care este inclus, etichetele obiectelor sau găurilor incluse, coordonatele primului pixel detectat etc. Din aceste informații se vor extrage unele din trăsături sau se poate găsi inițializarea pentru alte proceduri de extragere.

Numărul de găuri al fiecărui obiect (sau numărul de obiecte incluse într-o gaură) se determină direct din înregistrarea corespunzătoare fiecărei etichete.

Aria ocupată de pixelii unui obiect (sau gaură) se determină simplu din numărul de pixeli asociați etichetei. Dacă se caută aria închisă doar de conturul exterior al obiectului sau găurii, cu tot cu entitățile incluse, se determină suplimentar acele arii și se însumează cu aria rezultat din numărul de pixeli. La calculul măsurimilor geometrice, se presupune că distanța dintre doi pixeli tetraconectați, atât pe orizontal cât și pe vertical, este o constantă și se consideră această distanță unitate de măsură. Această convenție a fost adoptată și la calculul derivatelor pariale. Distanța dintre doi pixeli octoconectați, dar nu tetraconectați, este $\sqrt{2}$. În consecință, numerele care exprimă distanțele și aria sînt adimensionale, fiind exprimate în multiplii ai distanței unitate, respectiv ai suprafeței ocupate de un singur pixel.

Coordonatele **centrului de greutate** ale unui obiect sau a unei regi se determină prin împărțirea sumei absciselor, respectiv sumei ordonatelor, la numărul de pixeli asociați etichetei. Ca și în cazul ariei, coordonatele sunt considerate adimensionale, ca multiplii ai distanței dintre doi pixeli vecini.

Un element important pentru caracterizarea unui obiect este **conturul**. Conturul obiectului S se definește ca fiind submulțimea de pixeli din S , fiecare pixel având proprietatea că este octoconectat cu cel puțin un pixel din S și tetraconectat cu cel puțin un pixel din afara lui S . Pentru a crea o imagine care să conțină numai conturul lui S , restul pixelilor fiind transformați în culoarea fondului, se parcurge întreaga mulțime S și se elimină pixelii din S care au ca vecini tetraconectați numai pixeli din S . Spre exemplu, în figura 5.19 se prezintă conturul obiectului care a rezultat prin dilatare, în figura 5.18. Aici pixelii albi reprezintă fondul iar cei negri conturul obiectului. În mod evident, pixelii din exterior au aparținut de la început fondului, în timp ce pixelii din interior au fost transformați pentru a lăsa în evidență conturul. Spre deosebire de conturul aproximativ prin înțărirea muchiilor, cu una din procedurile de "enhancement", conturul detectat pe imaginea segmentată este continuu, adică nu prezintă întreruperi.

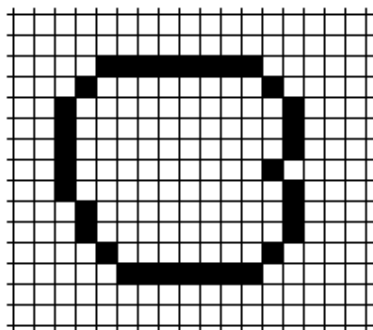


Figura 5.19: Conturul octoconectat al obiectului din figura 5.18

Pentru procedurile care folosesc mai departe conturul, este neeconomic ca el să fie transmis sub forma de imagine. Metoda de comprimare a informației se bazează pe explorarea continuă a conturului, ținând cont de faptul că pixelii acestuia sunt, în mod fortuit, octoconectați. Se adoptă un cod al succesiunii pixelilor conturului față de pixelul curent, ca în figura 5.20. În consecință, conturul poate fi descris prin înșiruirea cifrelor acestui cod, în ordinea conectării pixelilor, motiv pentru care codul poartă numele de "cod lanț". Pentru aceasta, se

pleacă de la un pixel inițial oarecare, se detectează vecinii și se parcurge conturul într-un sens prestabilit, până la epuizarea pixelilor. Spre exemplu, pentru obiectul din figura 5.19, se presupune că pixelul inițial este cel din stânga, de pe linia cea mai de jos, și că ordinea de parcurgere a conturului este în sensul invers acelor de ceasornic. Atunci, codul lanț al conturului este: 00000011223122334444445566667677. Pentru sens invers de parcurgere și același pixel inițial, codul este: 332322221100000007766576655444444. Nu există nici un avantaj al unui sens de parcurgere asupra celuilalt, motiv pentru care se respectă întotdeauna același sens, ceea ce simplifică procedurile de extragere a codului. Evident, din acest cod se poate reconstitui corect forma obiectului, mai puțin plasarea lui în imagine, pentru care sunt necesare coordonatele pixelului inițial.

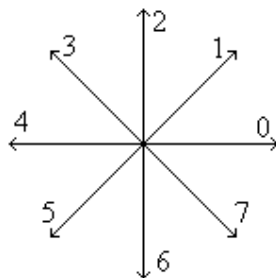


Figura 5.20: Codificarea în lănuirii pixelilor de contur

Obiectul din figura 5.19 are o formă simplă, fără puncte de bifurcare și fără capete libere. În general, în imagine pot apărea situații mai complicate, motiv pentru care algoritmul de extragere a conturului este definit mai riguros decât în alineatul precedent, astfel încât să țină cont de toate ramificațiile. Rezultatul este întotdeauna un cod lanț, din care se poate reconstitui conturul obiectului.

Perimetrul este o altă mărime, cu aceeași semnificație ca cea geometrică. El se poate măsura atât pe imaginea originală cât și folosind codul lanț deja extras. A doua variantă este cea mai rapidă, pentru că informația despre succesiunea pixelilor a fost deja cuprinsă în cod. Perimetrul este egal cu suma dintre numărul cifrelor pare din cod cu numărul cifrelor impare, înmulțit cu $\sqrt{2}$.

Alte măsuri se referă la factori de formă ai obiectelor sau la măsuri rezultate în urma unei transformări. În mod curent se folosesc componentele spectrului Fourier ca descriptori ai imaginii. Spectrul este obținut în urma unei transformări

Fourier discrete bidimensionale, pentru care se folosește algoritmul FFT (Fast Fourier Transform).

5.6.2. Informații de natură topologică

Problemele cele mai simple de clasificare a obiectelor din imagini sînt rezolvabile cu ajutorul trăsăturilor menționate anterior. Problemele mai complicate sînt cele în care proiectantul nu are posibilitatea să aleagă compunerea scenei sau cele în care structura obiectelor de clasificat este complicată, cu diferențe mici între prototipurile claselor. Pentru obiecte cu structură complicată, se poate exploata informația referitoare la dispunerea relativă a părților obiectului, care este o informație de natură topologică. Cea mai intuitivă informație este "scheletul" obiectului, pentru care noțiunea din limbajul comun este destul de sugestivă. Ideea de bază a acestei noțiuni este că informația conținută în imaginea obiectelor complicate este adeseori redundantă și poate fi comprimat substanțial, dacă se păstrează structura. Scheletul unui obiect este constituit din linii curbe cu grosimea minimă (un pixel), plasate cât mai central în imagine și astfel alese încît scheletul să aibă aceeași topologie ca și obiectul. Mai precis, dacă în schelet se păstrează pixelii cu proprietatea că distanța pînă la contur este mai mare decît a vecinilor lor, atunci se păstrează și structura de lobi, ramuri etc., inclusiv ordinea de ramificare. Operația de extragere a scheletului se numește scheletizare și trebuie efectuată astfel încît să nu modifice conectivitatea originală a imaginii. În mod evident, rezultatul scheletizării depinde esențial de algoritmul ales; uneori nici nu există o definiție pentru o anumită soluție de scheletizare, care să determine univoc scheletul, ci se folosește algoritmul în loc de definiție.

De obicei, algoritmul de scheletizare constă în erodări succesive ce "cojesc" imaginea, dar care nu modifică conectivitatea. Pentru aceasta, înainte de a îndepărta un pixel prin erodare, se verifică dacă îndepărtarea sa nu modifică conectivitatea imaginii. Punctele a căror îndepărtare modifică conectivitatea se numesc puncte de ruptură și ele se păstrează.

Următorul algoritm (preluat din [Pop, 1989]) consideră obiectul S octoconectat și constă din îndepărtarea pixelilor, astfel:

- Se îndepărtează pixelul p dacă el aparține conturului octoconectat al imaginii, adică

$$d_4\{p, \bar{S}\} = 1 \Leftrightarrow p \in S' = S - (S \sim B_4), \quad (5.12)$$

cu nota iile: d_4 - distan a în tetraconectivitate,

\bar{S} - complementara obiectului (fondul),

B4 - ablonul de eroziune,

\sim - opera ia de eroziune.

- Se îndep rteaz pixelul p dac nu este un pixel de cap t . Pixelii de cap t au un singur vecin octo-conectat. Dac se noteaz bitul vecinului v_k al pixelului p cu $b_k \in \{0, 1\}$, condi ia de îndep rtare devine

$$\sum_{k=1}^8 b_k \neq 1 \quad (5.13)$$

($b_k = 0$ dac $v_k \in \bar{S}$ i $b_k = 1$ dac $v_k \in S$).

- Pixelii izola i nu se îndep rteaz , deoarece s-ar modifica topologia figurii (ar disp rea o component). Prin urmare, condi ia de îndep rtare se scrie sub forma

$$\sum_{k=1}^8 b_k \neq 0 \quad (5.14)$$

- Se îndep rteaz p dac el nu este pixel de ruptur . În figura 5.21 sînt indicate cele 2 cazuri generice (înc patru se ob in prin rota ii) în care p este un pixel de ruptur . În cazul a, cel pu in doi pixeli din laturi opuse apar in lui S . În cazul b pixelul marcat cu + apar ine obiectului S i cel pu in unul din pixelii marca i cu - apar ine lui S . Este evident c p poate fi îndep rtat numai dac vecinii s i octoconecta i apar in aceleia i submul imi. Din figura 5.21 rezult c p este un punct de ruptur dac vecinii s i octoconecta i formeaz dou sau mai multe submul imi distincte.

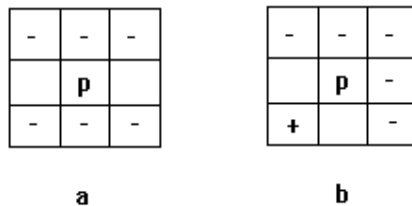


Figura 5.21: Cazurile în care p este pixel de ruptur

Numărul submulțimilor conectate în care se grupează vecinii octoconectați ai unui pixel se poate determina numărând trecerile obligatorii de la fundalul \bar{S} la mulțimea S , când se parcurg într-un sens oarecare vecinii lui p . Dacă p este un punct interior al mulțimii S numărul de treceri este nul, $t(p) = 0$. Condiția de independență este $t(p) < 2$.

- Independența pixelului p împreună cu oricare vecin v_k al său care a fost îndepărtat, nu trebuie să modifice conectivitatea mulțimii S . Prin urmare, considerând temporar $v_k \in \bar{S}$ ($b_k = 0$), este necesar să avem $t(p) = 1$ pentru a îndepărta p și a menține v_k îndepărtat. Ultimul punct trebuie considerat numai dacă se încearcă înlăturarea de linii de grosime dublă la un pas al algoritmului.

O variantă populară de schelet al obiectului este axa mediană. O interpretare intuitivă a noțiunii este cea numită "foc de preerie". Se consideră o parcelă de formă dreptunghiulară, acoperită cu iarbă uscată. Dacă se aprinde simultan iarba pe tot perimetrul, flacăra înaintază cu viteză constantă spre centru, consumând iarba. Punctele în care se produce stingerea, din lipsă de material combustibil, apar în axei mediane. Această idee sugestivă se poate aplica oricărei forme a obiectului. Pentru un cerc, axa mediană se reduce la un punct. În figura 5.22 s-a reprezentat cu linie punctată linia de ardere.

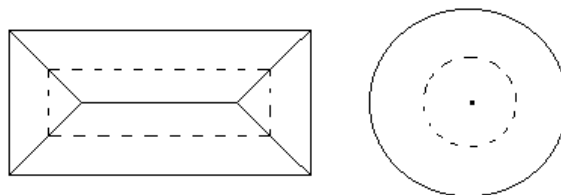


Figura 5.22: Axa mediană

În altă formulare, axa mediană a unei imagini este formată din pixelii care au distanță până la fundal (mulțimea \bar{S}) mai mare sau cel puțin egală cu cea a vecinilor lor. Totuși, există o proprietate topologică care nu se păstrează în cazul axei mediane: pixelii obiectului pot fi inițial tetraconectați, iar cei ai scheletului sunt doar octoconectați. Aceasta nu este o dificultate dacă se consideră de la început octoconectivitatea pentru obiect. În figura 5.23 se prezintă imagini ale unui

obiect scheletizat cu algoritmi propuși de Rosenfeld și Kak în [Rosenfeld, 1976], respectiv cu algoritmul Wang-Zang.

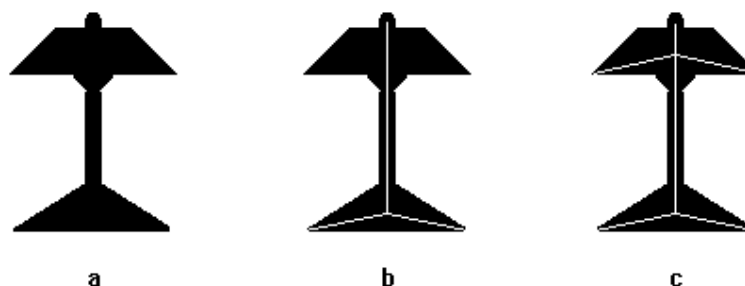


Figura 5.23: Exemplu de imagine care i s-a aplicat un algoritm de scheletizare

5.6.3. M sur ri pe imagine

Atunci cînd sistemul de vedere artificial este folosit ca traductor de pozi ie, este necesar exprimarea numeric a pozi iei i orient rii obiectelor fa de axele de coordonate. A a cum s-a ar tat în paragraful 5.6.2, pozi ia centrului de greutate al obiectului se determin direct din m rimile înregistrate odat cu eticheta. Alte m rimi utile sînt pozi iile col urilor i înclinarea axei principale a obiectului (dac exist) fa de o ax a sistemului de coordonate. Exist i posibilitatea unor m sur ri mai complexe, cum ar fi orientarea din ilor unei ro i din ate, în scopul prehensiunii de c tre un manipulator i rotirii pîn la pozi ia potrivit pentru montaj.

Dup determinarea coordonatelor obiectelor în imagine, trebuie determinate coordonatele în spa iul fizic. Pentru aceasta, se folosesc ecua iile de transformare de coordonate, de regul neliniare. Ele in cont de parametrii geometrici ai camerei, de rezolu ie i de amplasarea camerei în sistemul fizic de coordonate. Stabilirea acestor ecua ii este exculsiv o problem de geometrie în spa iu.

Pentru exemplificare, se consider c o camer prive te scena ca în figura 5.24, în care este reprezentat pozi ia spa iului de vedere al camerei privit din fa i din profil. Scena este plan i orizontal , astfel încît sînt suficiente coordonatele x i y . Camera se afl la în l imea h fa de plan, iar axa ei central cade perpendicular pe axa x i sub unghiul β fa de vertical . Pozi ia punctului M din

plan se caracterizează prin unghiurile α și δ , vizibile în figură. $D+d$ este distanța de la verticala camerei la originea sistemului fizic de coordonate. În planul întregii camere, coordonatele sînt p și q , exprimate în pixeli. PM și QM sînt rezoluția pe orizontală, respectiv pe verticală. Formulele de transformare din coordonatele p și q în coordonate fizice sînt:

$$x = -h \cdot \frac{PM}{QM} \left(1 - \frac{2p}{PM}\right) \frac{1}{\cos \delta} \frac{1}{1 - \tan \delta \left(1 - \frac{2q}{QM}\right)} \quad (5.15)$$

$$y = D + d - h \cdot \frac{\tan \delta + \left(1 - \frac{2q}{QM}\right)}{1 - \tan \delta \left(1 - \frac{2q}{QM}\right)}, \quad (5.16)$$

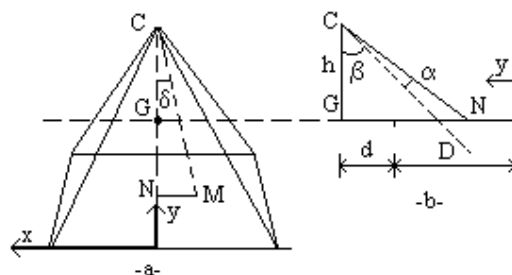


Figura 5.24: Amplasarea camerei față de scenă

5.7. Aspecte de implementare

La problemele ridicate de prelucrarea imaginii, în scopul extragerii informațiilor dorite, se adaugă întotdeauna o serie de probleme izvorâte din imperfecțiunea echipamentelor și din nerespectarea ipotezelor simplificatoare, formulate în cursul analizei teoretice. Problema specifică prelucrării de imagini este necesarul mare de timp de calcul. În afară de utilizarea unui calculator cât mai puternic, există și alte soluții hardware. Printre ele se numără varianta prelucrării paralele (mai multe procesoare care își împart sarcinile de calcul) și deplasarea

unei pri a calculelor spre circuite specializate (procesorul DSP sau modulul VIM din figura 5.4).

O alt problem care trebuie rezolvat pentru a nu afecta calit ile sistemului de prelucrare este adecvarea camerei la mediul în care lucreaz . În afar de rezolu ie i luminan minim , camera mai este caracterizat prin domeniul temperaturilor la care lucreaz , protec ia la praf, la vibra ii etc. Alegerea ei se face inclusiv dup aceste criterii.

În fine, o problem este creat de necunoa terea parametrilor din ecua iile (5.15 – 5.16), atât unghiuri cât i distan e. De regul , ace ti parametri sînt determina i dup punerea în func iune a sistemului de prelucrare, prin opera ia de calibrare. Pentru aceasta, în planul de m sur se plaseaz un obiect sau o figur destinate calibr rii, pentru care se cunosc dimensiunile i pozi ia fa de axele de coordonate. Se preia imaginea, se determin dimensiunile i pozi iile din imagine, apoi se caut , într-o procedur de optimizare, setul de parametri care asigur eroarea minim de m surare. Cel mai adesea, eroarea de m surare la calibrare este considerat suma p tratelor erorilor de pozi ie ale punctelor cunoscute din figura de calibrare.