

Introducere în Inginerie Electronică și Telecomunicații

Curs: 28 ore, laborator: 28 ore

prof. Laurențiu Frangu, as. Claudiu Chiculiță

Ponderea notării:

40% laborator

60% examinare finală + teme de casă

Note de curs și probleme propuse la adresa: www.etc.ugal.ro/lfrangu/iietc.htm

O primă descriere a domeniului

1. Domeniul electronicii și al telecomunicațiilor: tehnologie de prelucrare a informației și de transmitere la distanță (ramură a tehnicii și domeniu științific).

Obiectivele:

- Metode și algoritmi de prelucrare a semnalelor (cele care conțin informația)
- Circuite electronice pentru prelucrarea și transmiterea semnalelor la distanță
- Circuite electronice pentru conversia energiei electrice
- Programarea calculatoarelor de toate dimensiunile, pentru prelucrarea informației

Diferența între specializările *Electronică aplicată* și *Tehnologii și Sisteme de telecomunicații* este relativ mică, întrucât cunoștințele necesare pentru majoritatea aplicațiilor și metodele de lucru sînt aceleași. Diferă doar noțiunile și aspectele tehnologice privitoare la aplicațiile specifice. Din acest motiv, în cele ce urmează, nu va fi făcută o distincție între cele două ramuri, decît dacă se precizează explicit. Termenul de „electronică” se va referi la domeniul „electronică și telecomunicații”.

2. Exemple de aplicații din domeniu:

- comunicații radio (specific telecomunicații)
- telefonie (specific telecomunicații)
- acționări electrice (specific electronică aplicată)
- aparate medicale (specific electronică aplicată)
- aparate electrocasnice
- calculator electronic
- aparate de laborator
- aparate de măsură electronice, pentru mărimi electrice sau neelectrice
- echipamente electronice de automatizare (traductoare + reglatoare)
- jucării

3. Descrierea profesiei de electronist: locuri de muncă, activități, cerințe, salarii, activități conexe, alte locuri posibile.

Din motivul arătat mai sus (punctul 1), majoritatea locurilor de muncă din domeniu este accesibilă atît absolvenților de electronică aplicată, cît și celor de telecomunicații.

Descrierea planului de învățămînt care asigură pregătirea de inginer electronist. Disciplinele, credite, formele de examinare, studiul individual, promovarea.

4. Istoric al profesiei: utilizarea energiei electrice, telegraf și telefon (echipamentul nu era încă electronic!), primele emițătoare radio, tuburile electronice, tehnica de radiocomunicații, sistemele de înregistrare și redare sunet, TV, aplicațiile militare și industriale (radar, pilot pe rachete, sursă de energie comandată, automatizare), circuite logice, calculatoare, semiconductoarele, telefonie numerică, aparate medicale, telefonie celulară.

5. Conținutul cursului:

- Recapitularea noțiunilor de matematică și fizică din liceu
- Măsurarea mărimilor electrice, aparate de măsură, evaluarea erorilor
- Desenarea și interpretarea graficelor, caracteristici grafice, deducerea parametrilor din grafice
- Identificarea parametrilor, regresia liniară, regresia polinomială
- Punct de funcționare, soluții analitice, grafice și numerice
- Semnale, proprietăți, modele ale semnalelor, descompunerea armonică a semnalelor periodice
- Circuite electronice, funcțiunile îndeplinite, modele matematice, determinarea unor parametri
- Componente electronice, exemple de utilizare, modele matematice
- Istoricul domeniului

7. Conținutul laboratorului

- Reguli de protecția muncii
- Cunoașterea aparatelor și uneltelor electronistului
- Tehnici de măsurare
- Montarea de experimente
- Desenarea graficelor și determinarea indirectă a unor mărimi
- Programarea microcontrolerelor
- Examinarea cunoștințelor dobândite în laborator

Recapitulare cunoștințe de electricitate

- Oscilații și unde
- Circuite de c.c., surse și consumatori
- Teoremele lui Kirchhoff
- Divizor de tensiune și divizor de curent
- Proprietăți aparate de măsură
- Circuite de c.a., regim sinusoidal
- Condensatoare și bobine, reactanța
- Reprezentarea fazorială
- Puterea în c.a.
- Câmp electric și magnetic, câmp electromagnetic
- Unitățile de măsură ale mărimilor fizice. Multiplii și submultiplii

Recapitulare cunoștințe de matematică

- Funcția de gradul I, funcția de gradul II: rădăcini, extremul funcției, grafice, semnificația parametrilor
- Exponențială și logaritm, funcții periodice, funcții trigonometrice
- Calcul cu numere complexe
- Derivate, semnificația derivatei, extremul unei funcții
- Integrale definite, semnificația geometrică
- Geometrie analitică: curbe de gradul 1 și 2, semnificația parametrilor, ecuația dreptei prin tăieturi
- Baze de numerație, reprezentarea numerelor în baza 2
- Funcții logice

1. Măsurarea corectă a tensiunii și curentului. Eroare de metodă. Eroare de indicație

Obiective: Alegerea corectă a schemei de măsurare a mărimilor electrice. Evaluarea erorii. Utilizarea voltmetrului electronic.

Noțiuni noi: eroare de metodă, eroare de indicație, eroare absolută, eroare relativă, precizia de măsurare, rezoluția de afișare, rezistența internă, voltmetru electronic.

Ne propunem să măsurăm simultan tensiunea pe rezistorul de sarcină și curentul prin rezistor. Se pune problema: cât de corecte sînt rezultatele obținute la măsurare.

Sursele de erori sînt:

- Eroarea aparatului de măsură (adică indicația care se abate de la valoarea adevărată a mărimii măsurate de aparat)
- Eroarea de citire (eroarea făcută de operatorul uman, care poate fi o eroare mică sau o eroare grosolană)
- Eroarea de metodă (adică eroarea făcută prin alegerea incorectă a schemei de măsură, prin care unul dintre aparate măsoară altă mărime decît cea pe care trebuia să o măsurăm).

Evaluarea erorii de metodă

În cele ce urmează, se evaluează efectul erorii de metodă, atît pentru scheme de măsurare simultană a tensiunii și curentului, cît și pentru scheme de măsurare independentă, a unei singure mărimi. Pentru măsurarea simultană a tensiunii și curentului, există două configurații posibile ale circuitului, reprezentate în figurile 1 și 2.

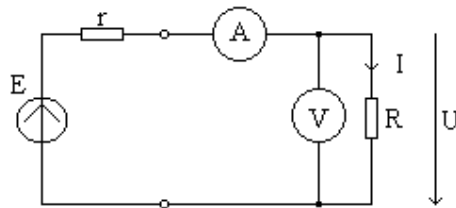


Figura 1: Schema de măsurare în aval

Varianta 1 (aval): voltmetrul măsoară tensiunea pe sarcină, dar ampermetrul măsoară suma curenților prin sarcină și prin voltmetru. În figura 1 au fost indicate mărimile pe care ar trebui să le măsurăm. Eroarea provenind din metoda aleasă pentru măsurare se adaugă la eroarea făcută de aparatul de măsură. Eroarea relativă a valorii măsurate a curentului este:

$$er = \frac{I_V}{I_R} = \frac{R}{R_V}$$

Din relația de mai sus rezultă că o eroare mică de măsurare se obține dacă rezistența internă a voltmetrului este foarte mare, față de cea a sarcinii.

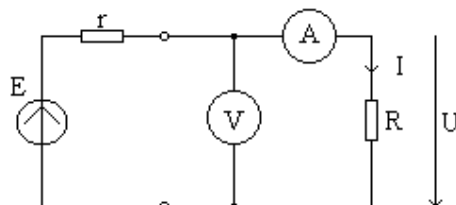


Figura 2: Schema de măsurare în amonte

Varianta 2 (amonte): ampermetrul măsoară curentul prin sarcină, dar voltmetrul măsoară suma tensiunilor pe sarcină și pe ampermetru. Eroarea relativă a valorii măsurate a tensiunii este:

$$er = \frac{U_A}{U_R} = \frac{R_A}{R}$$

Din relația de mai sus rezultă că o eroare mică de măsurare se obține dacă rezistența internă a ampermetrului este foarte mică, față de cea a sarcinii.

În mod uzual, schema de măsurare care asigură erori mici, este cea din varianta 1 (aval), deoarece există voltmetre cu rezistență internă foarte mare, față de sarcină. Nu sînt uzuale ampermetrele cu rezistență internă mult mai mică decît a sarcinii (cel puțin în cazul sarcinilor cu rezistență de ordinul ohmilor, prin care trec curenți mai mici de 1A).

Eroarea de metodă este prezentă chiar dacă măsurăm o singură mărime (numai tensiune sau numai curent), deoarece prezența aparatului de măsură în circuit modifică valoarea mărimii măsurate, față de situația cînd aparatul nu era încă montat în circuit.

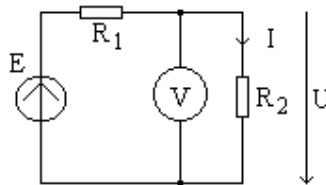


Figura 3: Schema circuitului pentru evaluarea erorii

Pentru a evalua numeric eroarea produsă de metodă, considerăm un circuit care apare frecvent (vezi figura 3), atunci cînd vrem să măsurăm o tensiune. La această schemă de măsurare, în principiu, există o eroare făcută la măsurarea tensiunii:

- ceea ce dorim să măsurăm este tensiunea pe R_2 , în absența voltmetrului
- ceea ce măsurăm este tensiunea pe R_2 , atunci cînt voltmetrul este legat în paralel cu acest rezistor.

Deducem că valoarea măsurată este eronată pentru că montarea voltmetrului, în paralel cu R_2 , a modificat tensiunea din circuit (se spune că a perturbat circuitul). Ceea ce trebuie evaluat este perturbarea tensiunii pe R_2 , la montarea voltmetrului.

Eroarea pe care o facem depinde de valorile numerice ale mărimilor din circuit. De aceea, vom considera două seturi de valori ale mărimilor, tipice pentru experimentele de electrotehnică, respectiv pentru cele de electronică.

1. În laboratorul de electrotehnică, se poate întîlni un experiment, caracterizat prin valorile:

$$E = 200\text{V}, R_1 = R_2 = 100\Omega$$

Voltmetrul (aparat de măsură indicator cu ac) poartă simbolul: $20\text{k}\Omega/\text{V}$, ceea ce înseamnă că rezistența internă este produsul dintre parametrul $20\text{k}\Omega/\text{V}$ și tensiunea de la capul scării pe care se măsoară. Pentru că vom folosi scara de 100V, deducem că rezistența internă este de $2\text{M}\Omega$. Calculul exact ne dă valorile tensiunii în prezența și în absența voltmetrului:

$$U = E \frac{R_2}{R_1 + R_2} = 100\text{V}$$

$$U_V = E \frac{R_2 \parallel R_V}{R_1 + R_2 \parallel R_V} \cong 99,9975V.$$

Eroarea relativă este de 1/40.000 sau 0,0025%. O astfel de eroare este nesemnificativă în mai toate experimentele.

Gradul în care prezența voltmetrului perturbă funcționarea circuitului se poate evalua și altfel: rezistența internă a voltmetrului este de 40.000 ori mai mare decât rezistența echivalentă a celor două rezistoare (conectate în paralel). De unde rezultă această evaluare?

Eroarea relativă are expresia: $er = \frac{U_V - U}{U}$, adică raportul dintre eroarea absolută și valoarea adevărată a mărimii măsurate. Se calculează, în continuare:

$$er = \frac{U_V - U}{U} = \frac{E \frac{R_2 \parallel R_V}{R_1 + R_2 \parallel R_V} - E \frac{R_2}{R_1 + R_2}}{E \frac{R_2}{R_1 + R_2}} = -1 + \frac{(R_1 + R_2)(R_2 \parallel R_V)}{R_2(R_1 + R_2 \parallel R_V)}$$

$$er = -1 + \frac{\frac{R_V(R_1 + R_2)}{R_2 + R_V}}{R_1 + R_2 \parallel R_V} = \frac{R_V(R_1 + R_2) - R_1(R_2 + R_V) - R_2 R_V}{R_1(R_2 + R_V) + R_2 R_V} = -\frac{R_1 R_2}{R_1 R_2 + (R_1 + R_2) R_V}$$

$$er = -\frac{R_1 \parallel R_2}{R_1 \parallel R_2 + R_V} \cong -\frac{R_1 \parallel R_2}{R_V}$$

(Aproximarea din relația de mai sus este valabilă dacă voltmetrul are rezistență foarte mare, în comparație cu rezistența echivalentă a celor două rezistoare.)

2. În circuitele electronice, sînt frecvente valori de ordinul: $E = 2V$, $R_1 = R_2 = 100k\Omega$. Tensiunea așteptată este de 1V. Dacă alegem un aparat indicator cu ac, pe scara de 1V, rezistența lui internă va fi 20k Ω . Deja se poate observa că prezența voltmetrului perturbă catastrofal circuitul de măsurat, pentru că rezistența lui internă este de 2,5 ori mai mică decât rezistența echivalentă a celor două rezistoare! Pentru exactitate, valorile tensiunii în prezența și în absența voltmetrului:

$$U = E \frac{R_2}{R_1 + R_2} = 1V$$

$$U_V = E \frac{R_2 \parallel R_V}{R_1 + R_2 \parallel R_V} \cong 0,14V,$$

adică o valoare pentru care nici nu mai merită să calculăm eroarea relativă.

Se pune problema: cum măsurăm tensiunea și – în același timp - evităm perturbarea circuitului de către voltmetru?

Răspunsul electroniștilor: folosind un voltmetru cu rezistența internă mult mai mare decât cea a instrumentelor cu ac. Voltmetrul cu această proprietate este *voltmetrul electronic* (vezi ultima secțiune a capitolului).

Evaluarea erorii de indicație

Eroarea de indicație se referă la abaterea mărimii indicate de aparatul de măsură, față de valoarea adevărată a mărimii măsurate în acel moment. *Eroarea absolută* este diferența dintre aceste mărimi. *Eroarea relativă* este raportul dintre eroarea absolută și valoarea adevărată a mărimii măsurate. Intuitiv, am dori să exprimăm precizia ca fiind eroarea relativă maximă, adică raportul

dintre eroarea absolută maximă a valorii indicate și valoarea adevărată măsurată. Totuși, fabricanții de aparate nu pot respecta această definiție, din motive tehnice. De aceea, a fost adoptată o altă definiție: *precizia de măsurare* este eroarea maximă absolută a valorii indicate (garantată de fabricant), raportată la valoarea maximă a scării pe care se măsoară. Din cauza acestei limitări, pentru o măsurare cât mai precisă, recomandarea este de a măsura astfel încât indicația să fie aproape de capul de scară. Eroarea relativă trebuie estimată de experimentator, la fiecare măsurare.

La aparatele indicatoare cu ac, precizia de măsurare este indicată printr-un simbol imprimat pe instrument (se numește *clasă de precizie*). Spre exemplu, câteva dintre simbolurile prezente la un instrument sînt cele din figura 4.

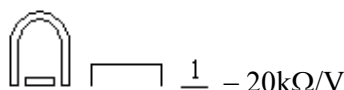


Figura 4: Simboluri prezente pe un instrument de măsură cu ac

Simbolul care arată clasa de precizie este cel de al treilea din serie, și se referă la măsurarea pe scările de tensiune continuă și curent continuu. Conform acestui simbol, valoarea absolută maximă a erorii de indicație este de 1% din capul de scară pe care măsurăm (se spune că aparatul este de clasă 1). Aceasta înseamnă că fabricantul garantează o eroare de indicație maximă de 1V, când măsurăm pe scara de 100V, sau o eroare maximă de 10mV, când măsurăm pe scara de 1V.

Reamintim că eroarea de indicație are cauze diferite față de eroarea de metodă, deci efectele lor se cumulează, în orice experiment. La ele se adaugă eroarea de citire a experimentatorului (atenție la lucrarea de laborator, ca să păstrați eroarea de citire la valori mici!).

Pentru cunoașterea aparatelor din laborator, iată și semnificațiile celorlalte simboluri. Primul simbol arată că instrumentul este de tip magnetoelectric (o bobină parcursă de curentul măsurat, care se rotește între poliile unui magnet permanent). Acest tip este util pentru măsurările de curent continuu, și are proprietățile că scara este gradată liniar, iar acul se deplasează în sensuri opuse, pentru sensuri opuse ale curentului (nu măsoară în curent alternativ). Valoarea indicată este media tensiunii aplicate la borne.

Al doilea simbol indică poziția corectă de măsurare: orizontală. Numai în această poziție, fabricantul garantează performanțele (în special, cele legate de precizie).

Al patrulea simbol se referă la impedanța internă, pe scările de tensiune continuă (a mai fost menționat în acest capitol).

Voltmetrul electronic

Acolo unde rezistența internă a unui voltmetru indicator cu ac nu este suficient de mare, se folosește un voltmetru electronic. Acest aparat are următoarele proprietăți:

- Rezistența internă este foarte mare, în comparație cu a aparatelor indicatoare cu ac (se numește impedanță de intrare).
- Măsurarea se face cu ajutorul unui amplificator electronic (un circuit care furnizează o tensiune mai mare decât cea măsurată, de un număr fix de ori).
- Energia necesară pentru funcționarea amplificatorului și pentru indicație nu se preia din circuitul măsurat, ci dintr-o sursă separată de alimentare (baterie, rețea, celule solare etc.).

Structura voltmetrului electronic este cea din figura 5. El este format din:

- atenuatorul de la intrare (are o impedanță foarte mare)
- amplificatorul (are nevoie de un curent foarte mic la intrare)
- convertorul din semnal analogic în semnal numeric (în cazul afișării numerice)
- afișorul numeric (în cazul afișării numerice)

- indicatorul cu ac (în cazul afișării analogice)
- sursa de alimentare a circuitelor electronice (rețea, baterie).

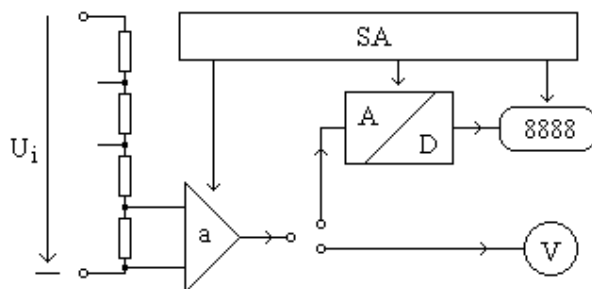


Figura 5: Structura voltmetrului electronic

Principala calitate a voltmetrului electronic este impedanța de intrare foarte mare, proprietate care nu depinde de tipul afișării. Orientativ, un voltmetru electronic uzual, de curent continuu, poate avea impedanța de intrare mai mare de 10 M Ω , pentru scările de 1-10V. Afișarea numerică sau analogică se alege în funcție de rezoluția dorită a indicației. Aparatele moderne au afișare numerică, cu excepția unor aparate foarte specializate.

Atenție la precizia de măsurare și rezoluția de afișare: sînt două noțiuni distincte. *Rezoluția de afișare* se referă numai la afișarea numerică și exprimă finețea cu care poate fi afișată mărimea măsurată. Există mai multe modalități de a preciza rezoluția afișării numerice.

1. Cea mai simplă și care evită erorile de interpretare este cea prin care se precizează fracțiunea din scara de măsură pe care o reprezintă unitatea de afișare cea mai mică. Spre exemplu, de la -1999 la 1999 se afișează aproximativ 4000 de valori distincte. În modul, sînt 2000 valori distincte, ceea ce înseamnă că o unitate afișată are semnificația aproximativă de 1/2000 din valoarea maximă afișată (în modul). Se observă că această exprimare a rezoluției este în unități relative, iar valoarea ei nu depinde de scara de măsură.

2. Dacă vrem să exprimăm finețea de afișare în unități absolute, trebuie să ne raportăm la scara de măsură. Spre exemplu, la aparatul considerat mai sus, unitatea de afișare cea mai mică reprezintă 1mV pe scara de 2V, 10mV pe scara de 20V, 100mV pe scara de 200V etc. Se spune că aparatul măsoară cu rezoluția 1mV, pe scara de 2V.

3. Pentru o exprimare concisă (și pentru reclamă), fabricanții de aparate scriu pe aparat numărul de cifre ale indicației. Spre exemplu, un aparat de măsură care afișează cifre semnificative de la 0 la 999 are rezoluție de trei cifre zecimale. Un aparat care afișează cifre semnificative de la -9999 la 9999 are rezoluție de patru cifre zecimale plus semnul. Despre un aparat care afișează cifre semnificative de la +1999 la 1999 se spune că are rezoluție de trei cifre zecimale și jumătate!

Pentru a evita confuziile, vom utiliza prima variantă de exprimare: „rezoluția este 1/n din capul de scară” (adică cea mai mică unitate de afișare are valoarea de 1/2000 din valoarea indicată la cap de scară, ceea ce înseamnă că numărul de valori distincte afișate, fără a considera semnul, este de 2000).

Precizia de măsurare are semnificația de eroare maximă absolută a indicației. (Ca și în cazul aparatelor indicatoare cu ac, fabricanții de aparate nu pot garanta o valoare maximă a erorii relative.) Dacă indicația voltmetrului electronic se face cu instrument cu ac (caz rar), indicarea preciziei este identică cu cea din secțiunea precedentă (simbol pe cadranul instrumentului). Dacă indicația este numerică, trebuie citit în cartea tehnică performanța garantată de fabricant. Deseori, eroarea maximă absolută, garantată de fabricant, este exprimată ca o fracțiune din scară, plus cîteva unități de afișare.

Revenind la diferența dintre rezoluție și precizie: o rezoluție mare a indicatorului numeric nu garantează precizia de msurare (ea depinde de tot lanțul de măsură, de la divizorul de intrare pînă la convertorul analog-numeric). Totuși, pentru că un afișor cu rezoluție mare este mai scump, ne

așteptăm ca fabricantul să aleagă rezoluția mare doar pentru aparatele la care și precizia de măsurare este mare. Cel mai adesea, eroarea absolută maximă este de câteva ori mai mare decât valoarea celei mai mici unități afișate pe o scară.

O precizare privitoare la eroarea de citire: dacă voltmetrul electronic are indicație numerică, eroarea de citire ar trebui să fie nulă, pentru orice ins care nu are defecte grave de vedere!

2. Desenarea și interpretarea graficelor

Obiective: Interpretarea corectă a graficelor date în foile de catalog, determinarea unor parametri direct din grafic, desenarea corectă a graficelor.

Noțiuni noi: caracteristică liniară, panta dreptei, caracteristică de sarcină a unei surse, putere disipată.

Scopurile graficelor folosite în tehnică sînt:

- prezentarea sub o formă intuitivă a dependenței dintre două mărimi (dacă sînt mai mult de două mărimi – familie de grafice);
- informația experimentală să poată fi interpretată de alți tehnicieni decît cel care a măsurat (sau să o citească același tehnician, la alt moment);
- să se determine o mărime nemăsurabilă direct, dar care are o exprimare grafică simplă (ex: panta graficului).

Desenarea graficului:

- graficul se desenează pe o foaie cu liniatură (milimetrică) – este mai eficient și simplifică citirea
- axele se gradează echidistant (nu cu valorile măsurate)
- se scriu pe axe mărimile măsurate și unitățile de măsură. Săgeata la o axă reprezintă sensul pozitiv
- de regulă, semnificațiile mărimilor reprezentate: în abscisă este variabila independentă, în ordonată este o funcție de acea variabilă independentă
- dacă relația dintre mărimi este de tip cauză-efect (se întîmplă foarte frecvent), cauza se plasează în abscisă iar efectul în ordonată
- nu se desenează linii ajutătoare în dreptul valorilor măsurate (liniatura este suficientă)
- pe desen se marchează vizibil punctele măsurate (singurele informații certe)
- punctele se pot uni printr-o curbă (interpolare)
- curba nu se prelungește în afara intervalului în care s-a măsurat (nu se face extrapolare)

Exemple de grafice folosite în tehnică

1. Caracteristica curent-tensiune a unei componente electrice sau electronice

O componentă cunoscută, cu model matematic simplu: rezistorul.

Principalul parametru prin care este caracterizat: rezistența electrică.

Simbolul:

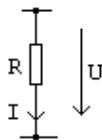


Figura 1: Simbolul rezistorului

Modelul matematic:

$$u(t) = R \cdot i(t) \text{ (modelul valabil în general)} \quad (1)$$

$$\text{sau} \quad U = R \cdot I \text{ (numai pentru curent continuu).} \quad (2)$$

Întrucît dependența dintre tensiune și curent este o funcție de gradul 1 (“liniară”), se spune că și *caracteristica este liniară*. Acest lucru se observă în reprezentarea grafică a caracteristicii (vezi figura 2).

Reprezentarea grafică a funcționării rezistorului este graficul funcției: $u = u(i)$

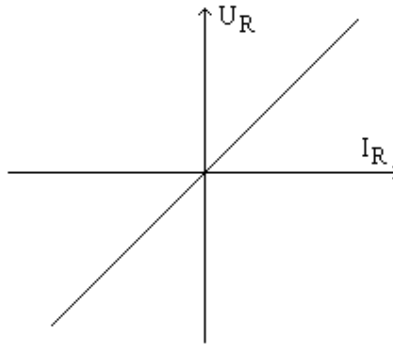


Figura 2: Caracteristica tensiune-curent a rezistorului

Interpretare: *panta dreptei* este $\frac{dU}{dI}$, iar

$$R = \frac{dU}{dI} = \frac{U}{I}. \quad (3)$$

Egalitatea între panta dreptei și raportul U/I se datorează relației (2), care arată că dreapta trece prin origine. Schema de măsurare a tensiunii și curentului este prezentată în figura 3 (presupunem că voltmetrul este ideal, astfel încât curentul măsurat de ampermetru să fie chiar curentul prin rezistor, I).

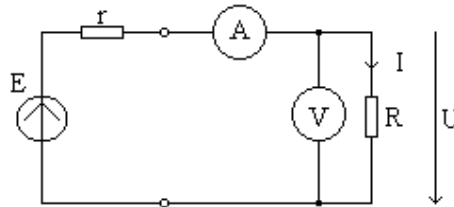


Figura 3: Schema de măsurare a tensiunii și curentului, pentru determinarea caracteristicii rezistorului

Un alt exemplu este cel al caracteristicii unui bec cu incandescență, sau al rezistenței de încălzire din aparatele electrocasnice (fier de călcat, calorifer electric, prăjitor de pâine, reșou etc.). Elementul comun al acestor consumatori este că au fost proiectați să furnizeze suficientă căldură, încât să ajungă la incandescență. Fenomenul electric care are loc este modificarea rezistenței electrice, la temperaturi mari. Ca urmare, caracteristica tensiune-curent nu mai este liniară, ci are aspectul din figura 4.

Interpretarea graficului: rezistorul se comportă liniar numai într-o regiune din jurul originii (valori nu prea mari ale curentului). La valori mai mari ale curentului, rezistența crește, lucru care se poate observa din faptul că panta graficului crește. Determinarea experimentală a caracteristicii se face cu aceeași schemă ca în figura 3.

Caracteristica se poate reprezenta și în ordinea schimbată a mărimilor (ca în figura 5). Panta graficului este, în acest caz, inversa rezistenței electrice.

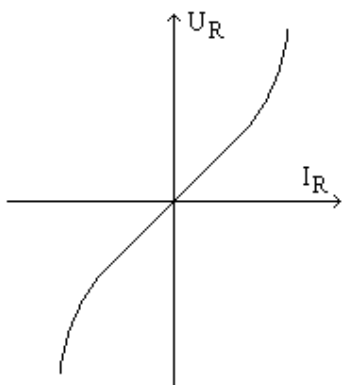


Figura 4: Caracteristica tensiune-curent pentru un bec (rezistor nelinier)

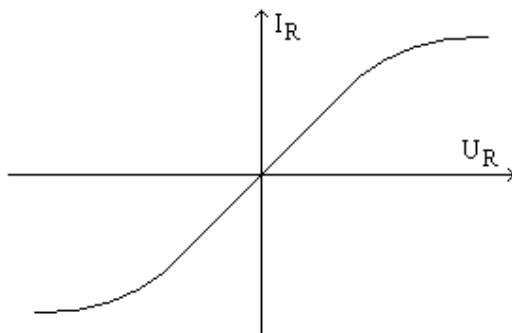


Figura 5: Caracteristica curent-tensiune a becului

2. Caracteristica de sarcină a unei surse stabilizate de tensiune

Sursele de alimentare stabilizate au ca scop furnizarea unei tensiuni constante, indiferent de acțiunea perturbațiilor. Principalele perturbații sînt:

- Variațiile curentului absorbit de sarcină
- Variațiile tensiunii de alimentare
- Variațiile de temperatură

Caracteristica de sarcină este graficul tensiunii la bornele sursei, ca funcție de curentul absorbit de sarcină, considerînd tensiunea de alimentare și temperatura constante. Un aspect uzual al acestei caracteristici este cel din figura 6. Determinarea ei se poate face tot cu schema din figura 3. Porțiunea cea mai întinsă a caracteristicii (aproape orizontală) reprezintă regiunea de stabilizare.

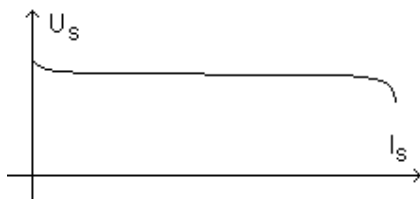


Figura 6: Caracteristica de sarcină a unui stabilizator de tensiune

Pentru interpretarea graficului, în porțiunea de stabilizare, se observă că tensiunea măsurată la bornele sursei scade odată cu creșterea curentului de sarcină. Cauza acestei scăderi este rezistența internă a sursei (în figura 3 a fost notată cu r). Dacă aproximăm caracteristica printr-o dreaptă, ca în figura 7, atunci sursa se poate echivala cu circuitul din figura 8, iar interpretarea parametrilor este:

- Panta dreptei este egală cu rezistența internă a sursei, cu semn schimbat, adică:

$$r = -\frac{dU}{dI}. \quad (4)$$

- Tensiunea electromotoare a sursei are valoarea găsită la intersecția graficului cu axa ordonatelor, adică:

$$E = U(0). \quad (5)$$

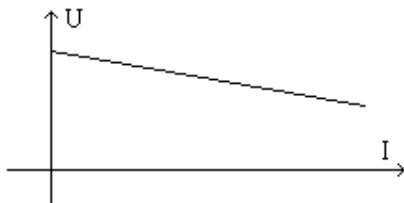


Figura 7: Caracteristica aproximată

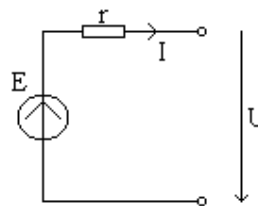


Figura 8: Sursa echivalentă de tensiune

Determinarea graficului de forma din figura 7 și interpretarea sa vor fi efectuate ca exercițiu, în laborator.

3. Caracteristica puterii maxime disipate pe rezistor (sau altă componentă), funcție de temperatură

Rezistoarele nu trebuie să disipe puteri mai mari decât o anumită limită, deoarece se încălzesc și se distrug. Fabricantul de rezistoare trebuie să precizeze *puterea disipată* maximă. În mod evident, rezistorul se încălzește mai mult, dacă temperatura mediului ambiant este mai ridicată. (Acest fenomen seamănă cu dispărarea de căldură atunci când facem efort fizic: după efort, simțim că ne este foarte cald, dacă temperatura ambiantă este ridicată. În schimb, dacă temperatura ambiantă este scăzută, abia dacă simțim faptul că ne-am încălzit.)

Din motivul arătat, fabricantul nu va indica o valoare fixată a puterii maxime disipate, ci un grafic al ei, ca funcție de temperatura ambiantă. Acest grafic are aspectul din figura 9 și este util pentru proiectantul de circuite, care va determina ce putere maximă se poate disipa, la temperatura ambiantă la care știe că va funcționa rezistorul. Spre exemplu, rezistorul caracterizat în figura 9, poate disipa 1W la temperaturi mai mici de 20 grade, dar numai 0,5W la temperatura ambiantă de 90 grade. Determinarea puterii maxime din grafic este o problemă simplă de calcul al valorii funcției, când se cunoaște valoarea variabilei.

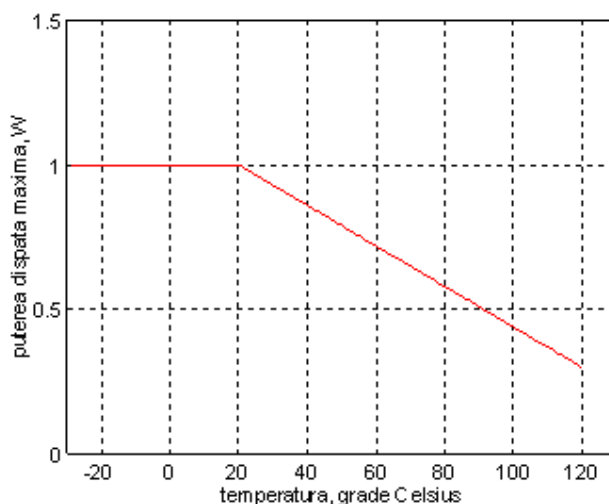


Figura 9: Puterea maximă admisă spre a fi disipată de un rezistor, ca funcție de temperatura ambiantă

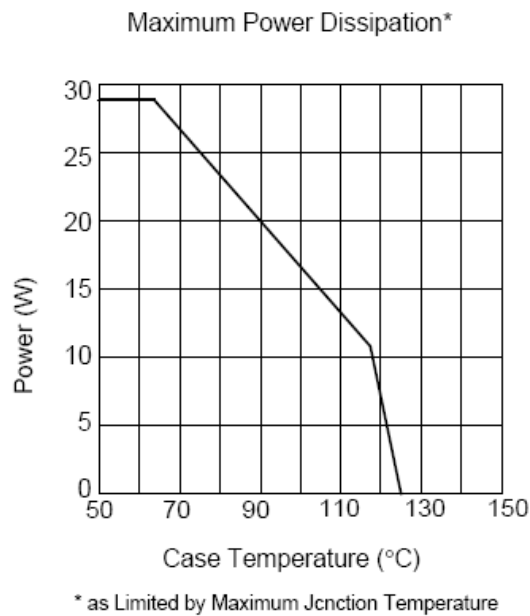


Figura 10: Puterea maximă admisă spre a fi disipată pe capsula unui circuit integrat

Un exemplu similar este cel al graficului puterii disipate pe o capsulă de circuit integrat (figura 10).

4. Familii de caracteristici

Dacă mărimea reprezentată este funcție de mai multe variabile, o soluție este reprezentarea sub forma unei familii de caracteristici. *Exemple:*

a. Familia de caracteristici ale unei celule solare (figura 11): curentul furnizat, ca funcție de tensiunea la borne și de iluminare (iluminarea este parametru, în ordinea $L_1 < L_2 < L_3$). Din grafic se pot deduce curenții de scurtcircuit și tensiunile de mers în gol, pentru fiecare iluminare.

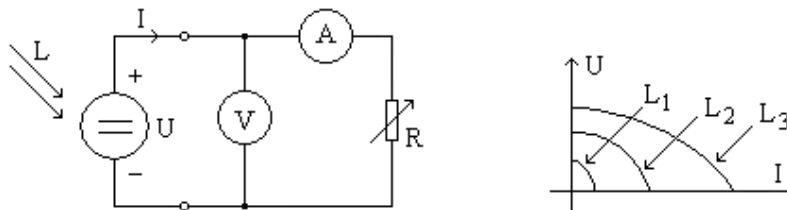


Figura 11: Schema de măsură și familia de caracteristici ale unei celule solare (generator fotovoltaic)

b. Curentul de alimentare necesar unui senzor (figura 12): curentul maxim ca funcție de temperatură și de tensiunea de alimentare (tensiunea este parametru). Din grafice se poate deduce valoarea maximă a curentului de alimentare absorbit de senzor, pentru o combinație a tensiunii de alimentare și temperaturii ambiante.

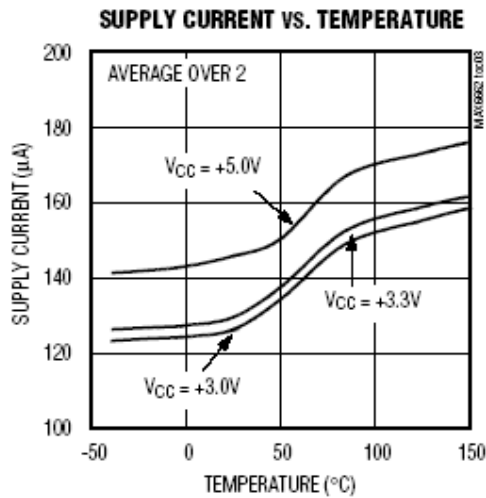


Figura 12: Curentul de alimentare necesar unui senzor (traductor)

c. Randamentul unui circuit integrat, cu funcția de sursă stabilizată (figura 13): randamentul este funcție de curentul de ieșire și de tensiunea de alimentare (tensiunea este parametru). Din grafice se pot deduce valorile maxime ale randamentului, pentru fiecare tensiune de alimentare, precum și regimurile de funcționare în care se atinge randamentul maxim. Spre exemplu, dacă tensiunea de alimentare este de 9V, randamentul maxim se atinge pentru un consum de 320mA și are valoarea aproximativă de 92%.

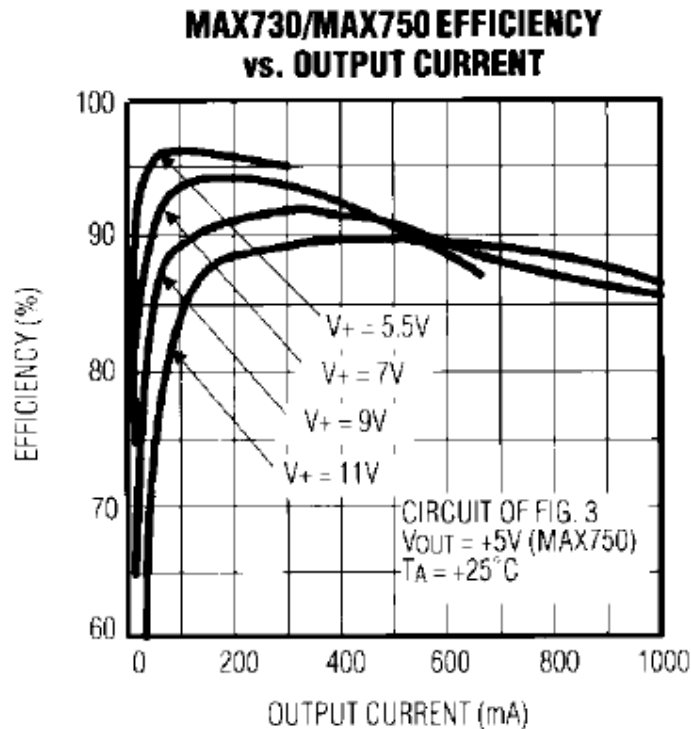


Figura 13: Randamentul unei surse de alimentare

Faptul că graficele nu se întind pe tot domeniul de variație al curentului de sarcină arată că producătorul circuitului nu garantează funcționarea decât în intervalele specificate pe familia de grafice (fie din motive de putere maximă disipată, fie din motive de scădere a performanțelor, față

de cele garantate). Spre exemplu, pentru tensiunea de alimentare de 5,5V, fabricantul garantează performanțele în funcționare doar pînă la un consum de 300mA.

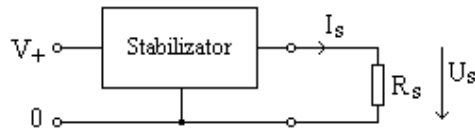


Figura 14: Circuitul tipic pentru un stabilizator de tensiune

Din același grafic mai pot fi deduse și alte informații (deși este posibil ca fabricantul să le prezinte în alte grafice, separate). Spre exemplu, se poate determina puterea disipată pe capsula circuitului, în diferite regimuri. Acest lucru este în legătură cu structura circuitului în care funcționează circuitul integrat menționat (vezi figura 14). În acest caz particular, tensiunea stabilizată furnizată de circuit este de 5V (notația U_s în figura 14 sau V_{OUT} în figura 13). Puterea transferată sarcinii este dată de relația:

$$P_s = I_s U_s \quad (6)$$

În punctul de funcționare: $V_+ = 11V$, $U_s = 5V$, $I_s = 1A$, puterea transferată sarcinii are valoarea 5W (conform relației (6)), iar randamentul are valoarea 87% (determinat din grafic). De aici se deduce puterea absorbită de la sursa V_+ , (5,75W), potrivit relației:

$$\eta = \frac{P_s}{P_+}, \quad (7)$$

iar puterea disipată pe capsulă este:

$$P_{dis} = P_+ - P_s = 0,75W, \quad (8)$$

adică diferența între ceea ce se absoarbe de la sursă și ceea ce se transferă spre sarcină.

3. Aproximarea graficului printr-o dreaptă (identificarea parametrilor unei funcții liniare)

Obiective: Identificarea parametrilor unei funcții liniare, care aproximează cel mai bine setul de date experimentale, în sensul celor mai mici pătrate.

Noțiuni noi: identificarea parametrilor, regresie liniară, criteriul celor mai mici pătrate, rezolvarea problemei de optim (minimizarea criteriului), regresie polinomială.

Regresia liniară

Premize: am făcut un experiment, am colectat date (înregistrarea valorilor variabilei independente și ale funcției), dependența între ele pare să fie liniară (vezi datele din tabelul de mai jos și graficele din figura 1). Dorim să construim graficul unei funcții liniare, care să aproximeze dependența dintre cele două variabile.

Problemă: Cum construim graficul funcției liniare, astfel încât să se potrivească “cel mai bine” cu datele experimentale? (Această problemă se poate formula: să se găsească parametrii unei funcții liniare care aproximează “cel mai bine” dependența constatată experimental.)

Observație: rezultatul depinde de definirea expresiei “cel mai bine”. Definirea se face alegând un criteriu, care trebuie extremizat (problemă de optim).

Nr.	Curent (mA)	Tensiune (V)
1	0	10,0
2	5	9,9
3	18	9,8
4	25	9,7
5	35	9,6
6	50	9,5
7	55	9,4
8	61	9,4
9	69	9,3
10	75	9,2
11	85	9,2
12	90	8,1
13	101	9,0
14	108	8,9
15	115	8,9
16	122	8,8
17	127	8,7
18	135	8,6
19	142	8,6
20	150	8,5

sau

Nr	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
Curent (mA)	0	5	18	25	35	50	55	61	69	75	85	90	101	108
Tensiune (V)	10,0	9,9	9,8	9,7	9,6	9,5	9,4	9,4	9,3	9,2	9,2	8,1	9,0	8,9

15	16	17	18	19	20		
115	122	127	135	142	150		
8,9	8,8	8,7	8,6	8,6	8,5		

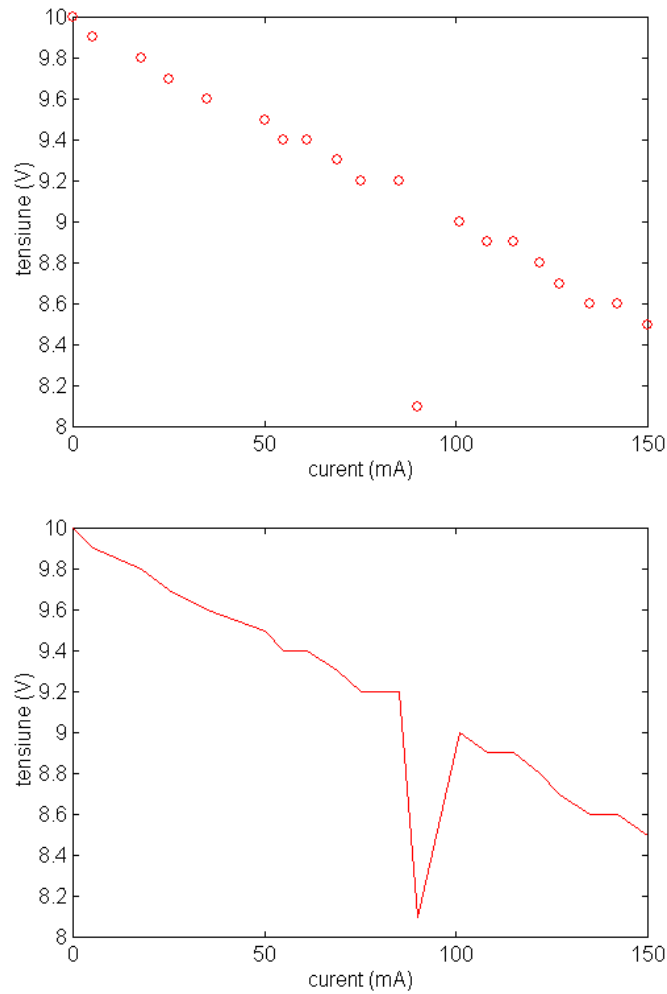


Figura 1: Reprezentarea grafică a punctelor măsurate și interpolarea cea mai simplă

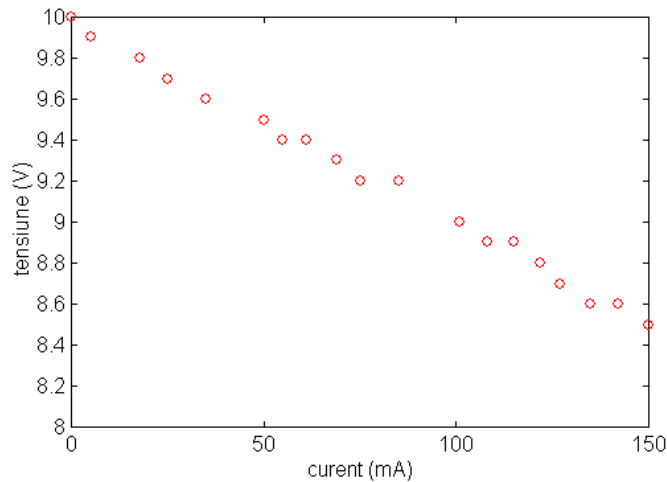


Figura 2: Graficul de mai sus, după eliminarea erorii grosolane

Rezolvare

1. Înainte de a construi graficul căutat, trebuie să verificăm plauzibilitatea datelor. Spre exemplu, perechea de valori măsurate din linia 12 pare să fie eronată (a se vedea poziția ei în primul grafic

desenat, figura 1). Dacă cumva suspectăm că unele valori sînt eronate grosolan, repetăm măsurarea, pentru a fi siguri că nu folosim date eronate sau că eliminăm valori utile. Alura punctelor măsurate, după eliminarea erorii grosolane, este cea din figura 2. În continuare am presupus că acea dată era eronată, dar n-am înlocuit-o cu o altă pereche de valori, deoarece n-am repetat măsurarea.

2. Definim criteriul prin care se decide cît de bine este aproximată dependența obținută experimental, de către o funcție liniară. Cel mai frecvent utilizat criteriu: *criteriul celor mai mici pătrate*. Concret: se caută acea funcție liniară, pentru care suma pătratelor erorilor de aproximare este minimă. Presupunînd că funcția aproximantă este cea din figura 3a, erorile de aproximare sînt segmentele îngroșate din figura 3b (adică diferența dintre valoarea măsurată a funcției și valoarea aproximată, pentru aceeași valoare a variabilei independente). Mărimile care se determină sînt parametrii funcției de aproximare (în cazul de față, parametrii unei funcții liniare).

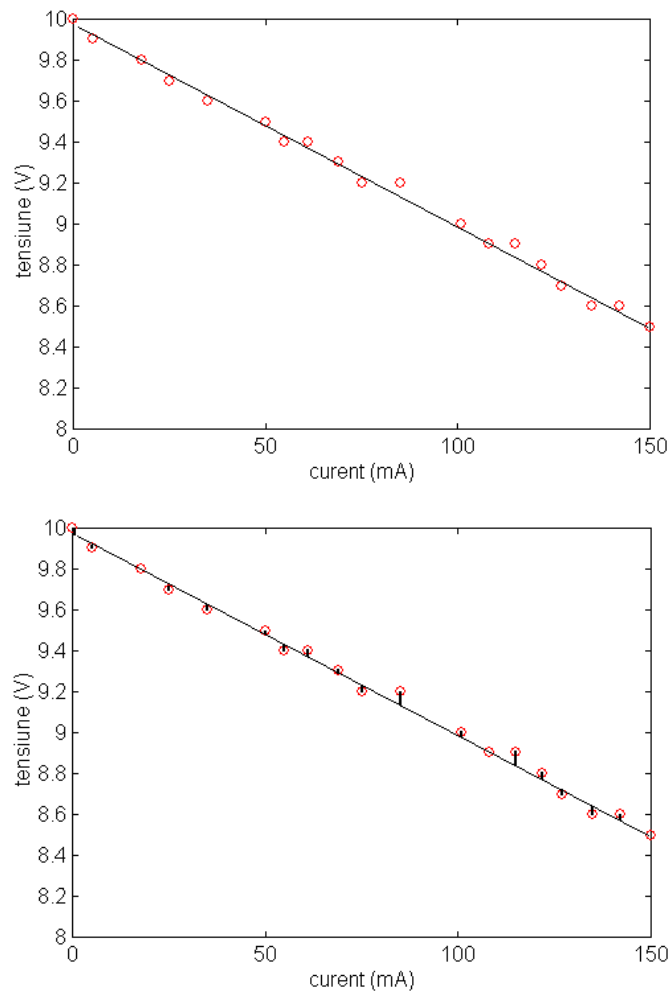


Figura 3: Graficul funcției care aproximează liniar dependența $U-I$ și reprezentarea grafică a erorilor de aproximare

3. Rezolvarea problemei de optim: formularea analitică a criteriului, derivarea, rezolvarea ecuațiilor

Facem notațiile:

n – numărul de determinări experimentale (numărul de puncte)

x_k - valorile măsurate ale variabilei

y_k - valorile măsurate ale funcției

$$y = f(x) = ax + b - \text{aproximarea liniară a dependenței dintre } x \text{ și } y \quad (1)$$

a – panta dreptei care aproximează funcția

b – tăietura cu axa ordonatelor

J – criteriul care trebuie minimizat

Are loc relația:

$$J = \sum_{k=1}^n (y_k - f(x_k))^2 = \sum_{k=1}^n (y_k - ax_k - b)^2 \quad (2)$$

Trebuie găsită acea pereche de valori ale parametrilor a și b care minimizează valoarea lui J . Deoarece J este funcție continuă și derivabilă de parametrii a și b , extremele sale se găsesc în punctele în care se anulează derivatele parțiale (în raport cu parametrii). (Gândiți-vă la funcția de gradul 2, care are un singur extrem. Extremul se găsește în punctul în care se anulează derivata funcției. Aici avem o funcție tot de gradul 2, dar de două variabile.)

Reprezentarea grafică a criteriului J are alura unui paraboloid (descriș la geometrie analitică), care are un singur extrem. Fiind vorba de o sumă de valori pozitive, extremul este un minim.

Rezultă sistemul de ecuații a cărui soluție este perechea de valori căutate:

$$\begin{aligned} \frac{\partial J}{\partial a} &= 0 \\ \frac{\partial J}{\partial b} &= 0 \end{aligned} \quad (3)$$

Se derivează:

$$\begin{aligned} \frac{\partial J}{\partial a} &= -2 \sum_{k=1}^n x_k (y_k - ax_k - b) = 0 \\ \frac{\partial J}{\partial b} &= -2 \sum_{k=1}^n (y_k - ax_k - b) = 0 \end{aligned} \quad (4)$$

Se rescrie:

$$\begin{aligned} a \sum_{k=1}^n x_k^2 + b \sum_{k=1}^n x_k &= \sum_{k=1}^n x_k y_k \\ a \sum_{k=1}^n x_k + nb &= \sum_{k=1}^n y_k \end{aligned} \quad (5)$$

Soluția este:

$$\begin{aligned} a &= \frac{n \sum_k x_k y_k - \sum_k x_k \cdot \sum_k y_k}{n \sum_k x_k^2 - \sum_k x_k \cdot \sum_k x_k} \\ b &= \frac{\sum_k y_k \cdot \sum_k x_k^2 - \sum_k x_k \cdot \sum_k x_k y_k}{n \sum_k x_k^2 - \sum_k x_k \cdot \sum_k x_k} \end{aligned} \quad (6)$$

Aceasta este soluția problemei de optim, care oferă perechea de parametri a , b căutăată. Dreapta cu parametrii a și b aproximează cel mai bine (în sensul celor mai mici pătrate) datele experimentale. Se spune că această dreaptă a fost obținută prin *regresie liniară*, din datele

experimentale. Soluția poate fi găsită prin calcul manual sau printr-un program de calculator (scris ad-hoc sau scris de o firmă specializată).

Atenție la dimensiunea fizică a parametrilor! Mărimile măsurate sînt – de obicei – mărimi dimensionale. Spre exemplu, măsurăm dependența dintre o tensiune și un curent, sau dependența dintre rezistență și temperatură. Ca urmare, foarte frecvent parametrii a și b sînt tot mărimi dimensionale. Exprimarea adimensională a pantei (la geometrie analitică este calculată ca tangenta unui unghi) nu este adecvată scopurilor ingineresti. În cazul de față, a are dimensiunea unei rezistențe, iar b are dimensiunea unei tensiuni.

4. Desenarea graficului funcției, ai cărei parametri au fost deduși analitic

Există mai multe variante de desenare. Spre exemplu: se aleg două valori ale variabilei independente, pentru care se calculează cele două valori ale funcției (pe baza parametrilor calculați, a și b). Se reprezintă cele două puncte, apoi se trece o dreaptă prin ele.

Altă variantă: se determină intersecțiile dreptei cu axele (“tăieturile”) și se trece o dreaptă prin cele două puncte.

Aspectul ingineresc al reprezentării grafice a dreptei:

În oricare variantă, desenarea se bazează pe proprietatea (demonstrată la geometrie) că două puncte determină în mod unic o dreaptă. S-ar părea că oricare două puncte am folosi pentru desenarea dreptei, vom obține aceeași dreaptă. În realitate, aici se manifestă efectul erorilor de reprezentare grafică. Acestea vor fi cu atît mai mici, cu cît alegem puncte mai apropiate de capetele intervalului de măsură. Concluzia practică: alegeți două valori ale variabilei independente apropiate de capetele intervalului, determinați valorile corespunzătoare ale funcției aproximante, desenați cele două puncte, apoi desenați dreapta care trece prin cele două puncte.

Temă de casă (și exemplu de aplicație): prelucrarea datelor din lucrarea de laborator.

Se cere să se deseneze graficul caracteristicii de sarcină și să se determine (din acest grafic) rezistența internă a sursei.

Referatul cuprinde:

- schema de măsurare
- tabelul de valori măsurate
- graficul aproximativ (din acest grafic aproximativ se va calcula o primă estimare a rezistenței interne a sursei, care se va compara cu rezultatul obținut la punctul următor)
- determinarea analitică a parametrilor dreptei prin metoda c.m.m.p. (“*least squares*”)
- desenul graficului determinat analitic (prin tăieturi, nu neapărat la 0V)

Regresia polinomială

Generalizarea metodei de mai sus: aproximarea graficului printr-un polinom oarecare (se numește *regresie polinomială*).

Premize: am făcut un experiment, am colectat date (înregistrarea valorilor variabilei independente și ale funcției) și am marcat punctele măsurate pe un grafic. Pozițiile punctelor sugerează o dependență mai complicată decît cea liniară (gîndiți-vă la graficul spațiului parcurs la căderea liberă a unui corp, care este o funcție de gradul 2 în variabila timp). Ca urmare, dorim să aproximăm dependența între cele două mărimi printr-un polinom (grad mai mare decît 1).

Rezolvare: Se aplică aceeași metodă a celor mai mici pătrate. Se repetă pașii descriși la aproximarea graficului printr-o dreaptă, cu deosebirea că numărul parametrilor este mai mare (cu 1 mai mulți decât gradul polinomului). După derivarea în raport cu parametrii, se obține tot un sistem de ecuații liniare în parametri (adică necunoscutele sistemului sînt parametrii polinomului de aproximare, iar ecuațiile sînt liniare în raport cu aceste necunoscute).

Exemplu: Pentru aproximarea printr-o funcție de gradul 2,

$$y = f(x) = ax^2 + bx + c \quad (7)$$

$$J = \sum_{k=1}^n (y_k - f(x_k))^2 = \sum_{k=1}^n (y_k - ax_k^2 - bx_k - c)^2 \quad (8)$$

Se pun condițiile:

$$\begin{aligned} \frac{\partial J}{\partial a} &= -2 \sum_{k=1}^n x_k^2 (y_k - ax_k^2 - bx_k - c) = 0 \\ \frac{\partial J}{\partial b} &= -2 \sum_{k=1}^n x_k (y_k - ax_k^2 - bx_k - c) = 0 \\ \frac{\partial J}{\partial c} &= -2 \sum_{k=1}^n (y_k - ax_k^2 - bx_k - c) = 0 \end{aligned} \quad (9)$$

Se rezolvă sistemul:

$$\begin{aligned} a \sum_{k=1}^n x_k^4 + b \sum_{k=1}^n x_k^3 + c \sum_{k=1}^n x_k^2 &= \sum_{k=1}^n x_k^2 y_k \\ a \sum_{k=1}^n x_k^3 + b \sum_{k=1}^n x_k^2 + c \sum_{k=1}^n x_k &= \sum_{k=1}^n x_k y_k \\ a \sum_{k=1}^n x_k^2 + b \sum_{k=1}^n x_k + nc &= \sum_{k=1}^n y_k \end{aligned} \quad (10)$$