Curs 18

Sinteza circuitelor

1 Formularea problemei sintezei circuitelor

In sinteza circuitelor ***se dau*** (se impun):

- ***performanțele*** pe care circuitul trebuie să le realizeze. Aceste performanțe pot fi diverse, în funcție de natura circuitului sintetizat. Astfel, pentru uniporți se impune imitanța care trebuie realizată ; pentru diporții pasivi – matricea Z (sau altă matrice a parametrilor diportului) ; pentru diporții activi – funcția de transfer care trebuie realizată etc ;
- ***tipul de realizare,*** care poate fi: realizare LC sau RC sau RLC sau ARC (cu amplificatoare operaționale) etc.

Se cer : schema circuitului şi valorile numerice ale elementelor componente.

Alături de datele impuse menționate (performanțele şi tipul de realizare), la sinteza circuitelor se pot avea în vedere şi alte cerințe suplimentare, ca de exemplu :

- minimizarea costului circuitului ;
- reducerea componentelor mai dificil de realizat (de ex. inductivități),
- minimizarea sensibilității în raport cu variațiile posibile ale elementelor de circuit (rezistențe, capacități etc). Fie *P* performanța cerută circuitului şi $x_1, x_2,\ldots, x_n$ parametrii de circuit prin care se exprimă această performanță (de ex., valori de rezistențe, capacități etc). Funcția $P(x_1, x_2, ..., x_n)$ exprimă performanța în raport cu elementele de circuit. Aceste elemente au fost astfel calculate, încât performanța să fie cea impusă în problema de sinteză. Adesea, se cere ca variațiile aleatoare valorilor elementelor de circuit să influențeze cât mai puțin performanța *P*. Este ştiut că elementele (componentele) de circuit se realizează cu o anumită toleranță, care determină costul acestora. Sensibilitatea circuitului în raport cu componenta *i* este :

$$s_{Pi} = \frac{\partial P}{\partial x_i} \tag{1}$$

iar vectorul sensibilităților circuitului este

$$\boldsymbol{s_P} = [s_{P1}, s_{P2}, ..., s_{Pn}]^T \tag{2}$$

De regulă se impune minimizarea normei vectorului $\boldsymbol{s_P}$, astfel încât realizarea circuitului să nu fie afectată sensibil de variațiile inerente ale valorilor componentelor sau să nu fie necesară utilizarea unor componente cu înalte performanțe de toleranță (care sunt foarte scumpe).

2. Realizabilitatea fizică a circuitelor electrice

Primul aspect care trebuie să fie analizat într-o problemă de sinteză este cel al realizabilității fizice a circuitului căruia i se impun performanțele date. Cerințele de performanță se exprimă, de regulă, printr-o ***funcție de circuit*** . Aceasta poate fi :

- o funcție de circuit de tip imitanță (impedanță sau admitanță), care caracterizează fie un uniport, fie o poartă a unui diport sau multiport ;

- o funcție de circuit ce exprimă un transfer : imitanță de transfer (când mărimile cauză şi efect sunt de natură diferită) sau funcție de transfer (când mărimile cauză şi efect sunt de aceeaşi natură fizică).

Având în vedere varietatea funcțiilor de circuit, în cele ce urmează se va aborda numai realizabilitatea imitanțelor ce caracterizează uniporții (sau porțile diporților), precum şi realizabilitatea funcțiilor de transfer ale circuitelor active.

Realizabilitatea uniporților

Fie $F(s)$ imitanța impusă unui uniport într-o problemă de sinteză. Uniportul este realizabil dacă funcția $F(s)$ este ***real pozitivă***, adică

1) $F(s)$ este reală dacă s este real ;

2) $$\operatorname{Re}\{F(s)\}\big|_{\operatorname{Re}\{s\}\geq 0} \geq 0 \tag{3}$$

Verificarea acestor condiții se face, de regulă, indirect, prin intermediul proprietăților funcțiilor real pozitive. Se vor prezenta în cele ce urmează acele proprietăți ale funcțiilor real pozitive, care pot fi uşor de verificat.

- Hodograful funcției $F(j\omega)$ este inclus în semiplanul drept.
- Toți polii situați pe axa imaginară sunt simpli şi au reziduul real şi pozitiv.
- Gradul numărătorului şi gradul numitorului nu pot să difere mai mult de o unitate (excesul de zerouri sau de poli nu poate depăşi unitatea). Această proprietate este consecința condiției că o funcție real pozitivă nu poate avea poli cu multiplicitate mai mare ca 1, pentru $s = 0$ şi $s = \infty$.
- Dacă $F(s)$ este real pozitivă, atunci $1/F(s)$ este real pozitivă.
- O funcție real pozitivă care are toți polii pe axa imaginară se numeşte ***funcție de reactanță.*** O funcție de reactanță are toți polii şi toate zerourile ***alternând*** pe axa imaginară.
- Numărătorul şi numitorul funcției $F(s)$ sunt polinoame Hurwitz.

Realizabilitatea funcțiilor de transfer ale circuitelor active. Un circuit activ se consideră realizabil fizic dacă funcția de transfer impusă în problema de sinteză corespunde unui sistem stabil

3. Sinteza uniporților LC

Sinteza uniporților LC este utilă nu numai pentru obținerea circuitului LC aferent unei imitanțe impuse, dar şi ca etapă preliminară în sinteza circuitelor RC. In cele ce urmează se prezintă două categorii de metode de sinteză, considerate ca fiind fundamentale : metodele de sinteză Foster şi metodele de sinteză Cauer.

Metode de sinteza Foster

Prima metodă Foster se referă la situația când se impune realizarea unei ***impedanțe*** :

$$Z(s) = \frac{P(s)}{Q(s)} \tag{4}$$

Rezolvând ecuația $Q(s) = 0,$ se determină polii funcției $Z(s)$, care este o ***funcție de reactanță***. Toți polii sunt situați pe axa imaginară, putând fi $s_i = \pm j\omega_i ; i = \overline{1,n}$. La aceştia se adaugă polii din origine şi/sau de la infinit. Funcția $Z(s)$ se descompune în fracții simple, de forma:

$$Z(s)=\frac{k_0}{s}+\sum_{i=1}^{n}\frac{k_i s}{s^2+\omega_i^2}+k_\infty s \tag{5}$$

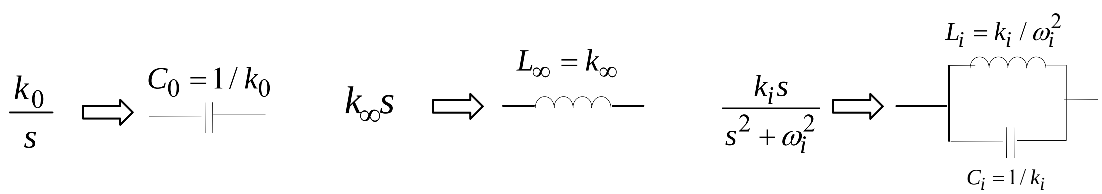
în care $k_0, k_i\ i=\overline{1,n}$ şi k_∞ se calculează cu relațiile :

$$k_0=sZ(s)\big|_{s=0};\quad k_i=\frac{s^2+\omega_i^2}{s}Z(s)\big|_{s^2=-\omega_i^2},i=\overline{1,n};\quad k_\infty=\frac{Z(s)}{s}\bigg|_{s=\infty} \tag{6}$$

Suma din expresia (5) a impedanței arată că circuitul va fi format din n+2 blocuri conectate ***în serie*** (la conexiunea în serie impedanțele se însumează), fiecare bloc având impedanța egală cu un termen din suma respectivă. Astfel, primul termen, k_0/s, corespunde unei capacități $C_0=1/k_0$ (fig. 1.a) , deoarece această capacitate are impedanța $1/sC_0=k_0/s$. Ultimul termen, $k_\infty s$, corespunde unei inductivități $L_\infty=k_\infty$ (fig. 1.b), impedanța acesteia fiind $L_\infty s=k_\infty s$. Termenul general al sumei din (5) se pune sub forma

$$\frac{k_i s}{s^2+\omega_i^2}=\frac{1}{s\dfrac{1}{k_i}+\dfrac{1}{s}\dfrac{\omega_i^2}{k_i}} \tag{7}$$

Deoarece termenul considerat reprezintă o impedanță, inversul lui, adică $s\dfrac{1}{k_i}+\dfrac{1}{s}\dfrac{\omega_i^2}{k_i}$, reprezină o admitanță. Ea este compusă din doi termeni, la care corespund două elemente conectate în paralel (la conexiunea în paralel admitanțele se însumează). Cele două elemente sunt : un condensator $C_i=1/k_i$, cu admitanța $C_i s=\dfrac{1}{k_i}s$, şi o inductivitate



a b c

Fig. 1 Realizarea termenilor din suma (5)

$L_i=k_i/\omega_i^2$, cu admitanța $\dfrac{1}{L_i s}=\dfrac{1}{s}\dfrac{\omega_i^2}{k_i}$ (fig. 1.c). Schema de ansamblu a uniportului, conform relației (5), este dată în fig. 2.

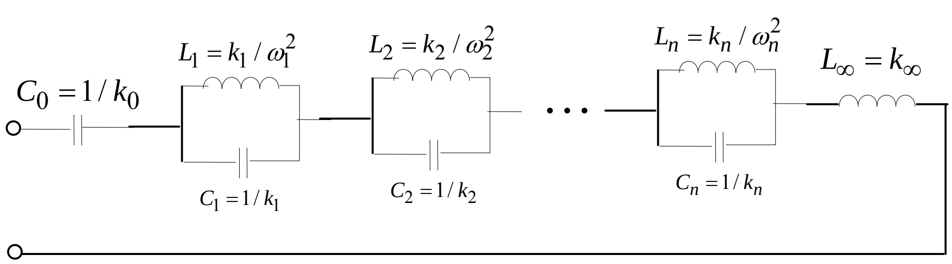


Fig.2 Schema uniportului sintetizat cu prima metodă Foster

Exemplu. 1 Să se sintetizeze circuitul având

$$Z(s)=\frac{(s^2+2)(s^2+5)}{s(s^2+3)(s^2+8)} \tag{8}$$

Se exprimă $Z(s)$ sub forma

$$Z(s)=\frac{k_0}{s}+\frac{k_1 s}{(s^2+3)}+\frac{k_2 s}{(s^2+8)} \tag{9}$$

în care

$$k_0=\left.\frac{(s^2+2)(s^2+5)}{(s^2+3)(s^2+8)}\right|_{s=0}=\frac{10}{24};\; k_1=\left.\frac{(s^2+2)(s^2+5)}{s^2(s^2+8)}\right|_{s^2=-3}=\frac{2}{15}\;;k_2=\left.\frac{(s^2+2)(s^2+5)}{s^2(s^2+3)}\right|_{s^2=-8}=\frac{18}{40} \tag{10}$$

Schema uniportului este dată în fig. 3.

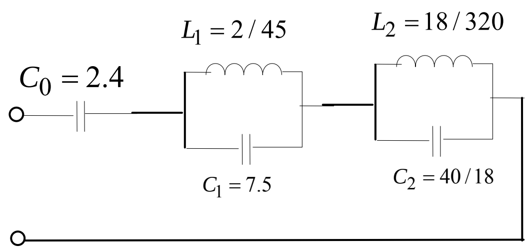


Fig.3 Schema uniportului din exemplul 1

A doua metodă Foster se referă la situația când se impune realizarea unei ***admitanțe.*** Ca şi în cazul anterior, funcția

$$Y(s)=\frac{P(s)}{Q(s)} \tag{11}$$

se descompune în fracții simple :

$$Y(s)=\frac{k_0}{s}+\sum_{i=1}^{n}\frac{k_i s}{s^2+\omega_i^2}+k_\infty s \tag{12}$$

în care $k_0, k_i\ i=\overline{1,n}$ şi k_∞ se calculează în mod similar cazului anterior.

Circuitul este format din n+2 ramuri conectate în paralel, fiecare ramură având admitanța egală cu un termen din suma (12). Primul termen, k_0/s, corespunde unei inductivități $L_0=1/k_0$ (fig. 4.a) , deoarece această inductivitate are admitanța $1/sL_0=k_0/s$. Ultimul termen, $k_\infty s$, corespunde unei capacități $C_\infty=k_\infty$ (fig. 4.b) , admitanța acesteia fiind $C_\infty s=k_\infty s$. Termenul general al sumei din (9), care este o admitanță, se pune sub forma

$$\frac{k_i s}{s^2+\omega_i^2}=\frac{1}{s\frac{1}{k_i}+\frac{1}{s}\frac{\omega_i^2}{k_i}} \tag{13}$$

în care expresia $s\frac{1}{k_i}+\frac{1}{s}\frac{\omega_i^2}{k_i}$, reprezină o impedanță. Fiind o sumă de doi termeni, ea corespunde unei conexiuni în serie a două elemente. Cele două elemente sunt : o inductivitate $L_i = 1/k_i$, cu impedanța $L_i s = \frac{1}{k_i} s$, şi o capacitate $C_i = k_i/\omega_i^2$, cu impedanța $\frac{1}{C_i s} = \frac{1}{s}\frac{\omega_i^2}{k_i}$ (fig. 4.c).

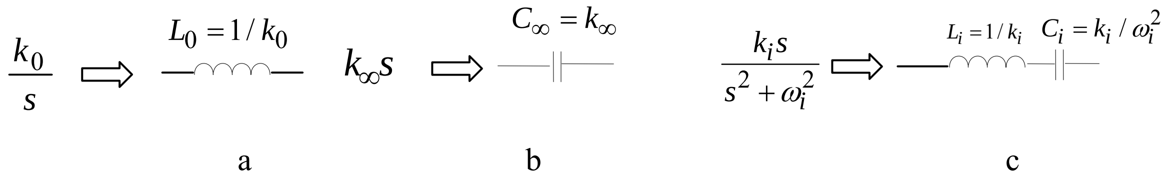


Fig.4 Realizarea termenilor din suma (10)

Schema de ansamblu a uniportului, conform relației (12), este dată în fig. 5.

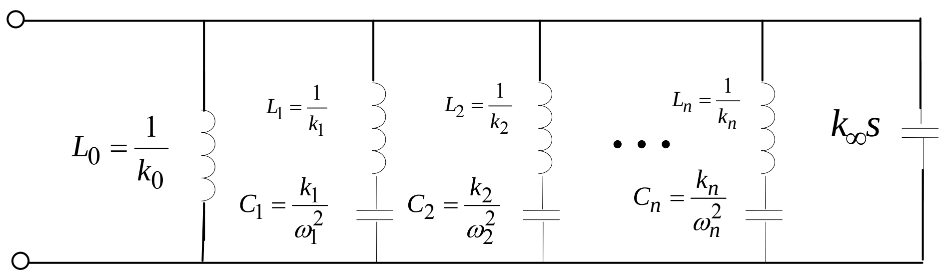


Fig.5 Schema uniportului sintetizat cu a doua metodă Foster

Exemplu. Să se sintetizeze circuitul având

$$Y(s) = \frac{s(s^2+4)}{(s^2+1)(s^2+9)} \tag{14}$$

Se exprimă $Y(s)$ sub forma

$$Y(s) = \frac{k_1 s}{(s^2+1)} + \frac{k_2 s}{(s^2+9)} \tag{15}$$

în care

$$k_1 = \left.\frac{(s^2+4)}{(s^2+9)}\right|_{s^2=-1} = \frac{3}{8}\ ; \qquad k_2 = \left.\frac{(s^2+4)}{(s^2+1)}\right|_{s^2=-9} = \frac{5}{8} \tag{16}$$

Schema uniportului este dată în fig. 6.

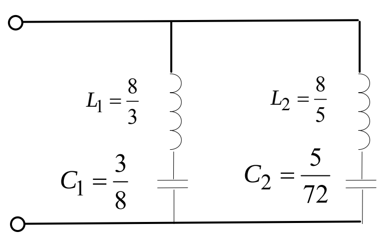


Fig.6 Schema uniportului sintetizat cu metoda a doua Foster

Metode de sinteză Cauer

Prima metodă Cauer . Fie $Z(s)$ o impedanță care se cere a fi sintetizată. Pornind de la expresia (5) a impedanței, prin aducere la acelaşi numitor, se aduce funcția $Z(s)$ sub forma raportului a două polinoame. Gradul maxim al polinomului de la numărător este 2*p*, unde *p* = *n*+1, iar gradul maxim al polinomului de la numitor este 2*p*-1 :

$$Z(s) = \frac{P_{2p}(s)}{Q_{2p-1}(s)} = \frac{\sum_{i=0}^{p} a_{2i} s^{2i}}{\sum_{i=1}^{p} b_{2i-1} s^{2i-1}} \tag{17}$$

în care notațiile $P_{2p}(s)$ şi $Q_{2p-1}(s)$ semnifică faptul că cele două polinoame au gradele 2*p*, respectiv 2*p*-1. Se observă că funcția $Z(s)$ are un pol la infinit, adică $Z(\infty) = \infty$. Se împarte polinomul $P_{2p}(s)$ la $Q_{2p-1}(s)$ şi rezultă :

$$Z(s) = \frac{P_{2p}(s)}{Q_{2p-1}(s)} = \alpha_1 s + \frac{P_{2p-2}(s)}{Q_{2p-1}(s)} \tag{18}$$

unde $\alpha_1 s$ este câtul, iar $P_{2p-2}(s)$ este restul împărțirii, adică un polinom de grad 2*p*-2. Prin operația menționată, spunem că ***s-a extras polul de la infinit***, iar raportul dintre rest şi împărțitor, adică dintre polinoamele $P_{2p-2}(s)$ şi $Q_{2p-1}(s)$, nu are pol la infinit. In continuare, expresia (18) se pune sub forma :

$$Z(s) = \frac{P_{2p}(s)}{Q_{2p-1}(s)} = \alpha_1 s + \frac{P_{2p-2}(s)}{Q_{2p-1}(s)} = \alpha_1 s + \frac{1}{\dfrac{Q_{2p-1}(s)}{P_{2p-2}(s)}} \tag{19}$$

Aici, raportul polinoamelor $Q_{2p-1}(s)$ şi $P_{2p-2}(s)$ are pol la infinit. Prin împărțire se extrage acest pol, rezultând câtul $\alpha_2 s$ şi restul $Q_{2p-3}(s)$, care este un polinom de gradul 2*p*-3 :

$$Z(s) = \frac{P_{2p}(s)}{Q_{2p-1}(s)} = \alpha_1 s + \frac{P_{2p-2}(s)}{Q_{2p-1}(s)} = \alpha_1 s + \frac{1}{\alpha_2 s + \dfrac{Q_{2p-3}(s)}{P_{2p-2}(s)}} \tag{20}$$

In continuare, se pune expresia (20) sub forma

$$Z(s) = \frac{P_{2p}(s)}{Q_{2p-1}(s)} = \alpha_1 s + \frac{P_{2p-2}(s)}{Q_{2p-1}(s)} = \alpha_1 s + \frac{1}{\alpha_2 s + \dfrac{1}{\dfrac{P_{2p-2}(s)}{Q_{2p-3}(s)}}} \tag{21}$$

şi se extrage din nou polul de la infinit, prin împărțirea polinoamelor $P_{2p-2}(s)$ şi $Q_{2p-3}(s)$. Continuând operațiile menționate, prin extragerea succesivă a polilor de la infinit, funcția $Z(s)$ se pune sub forma :

$$Z(s)=\frac{P_{2p}(s)}{Q_{2p-1}(s)}==\alpha_1 s+\cfrac{1}{\alpha_2 s+\cfrac{1}{\alpha_3 s+\cfrac{1}{\alpha_4 s+\ldots}}} \tag{22}$$

Se obține o fracție continuă, care se scrie sub forma :

$$Z(s)=\frac{P_{2p}(s)}{Q_{2p-1}(s)}=\alpha_1 s+\frac{1\,|}{|\;\alpha_2 s}+\frac{1\,|}{|\;\alpha_3 s}+\frac{1\,|}{|\;\alpha_4 s}+\ldots+\frac{1\,|}{|\;\alpha_{2n} s} \tag{23}$$

Acestei expresii îi corespunde schema în scară a uniportului, dată în fig. 7.

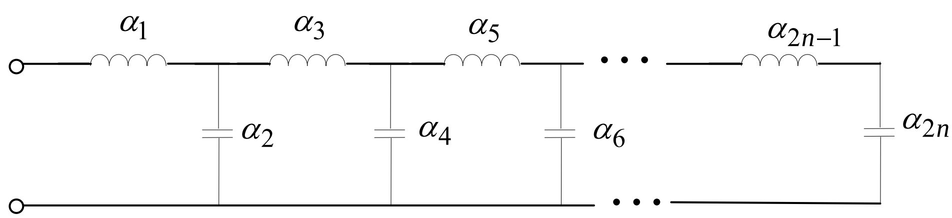


Fig. 7 Uniport în scară sintetizat prin prima metodă Cauer

Exemplu Să se sintetizeze prin prima metodă a lui Cauer circuitul care are impedanța

$$Z(s)=\frac{s^4+10s^2+9}{s^3+4s} \tag{24}$$

Se observă că, prin datele problemei, modelul circuitului este acelaşi cu cel din exemplul considerat la metoda a doua a lui Foster. Expresia (24) se scrie succesiv :

$$Z(s)=s+\frac{6s^2+9}{s^3+4s}=s+\cfrac{1}{\cfrac{s^3+4s}{6s^2+9}}=s+\cfrac{1}{\cfrac{1}{6}s+\cfrac{2.5s}{6s^2+9}}=s+\cfrac{1}{\cfrac{1}{6}s+\cfrac{1}{\cfrac{6s^2+9}{2.5s}}}=s+\cfrac{1}{\cfrac{1}{6}s+\cfrac{1}{\cfrac{12}{5}s+\cfrac{1}{5/18s}}}$$

sau

$$Z(s)=s+\frac{1\,|}{|\;1/6s}+\frac{1\,|}{|\;12/5s}+\frac{1\,|}{|\;5/18s} \tag{25}$$

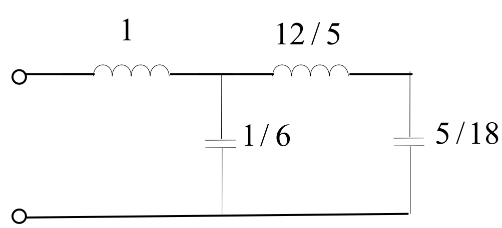


Fig. 8 Uniport sintetizat prin prima metodă Cauer

Schema circuitului este dată în fig. 8.

A doua metodă Cauer este similară primei metode, însă utilizează extragerea succesivă a polilor din origine. Fie $Z(s)$ o funcția de reactanță de forma (17), care are un pol în origine. Această funcție se poate pune sub forma :

$$Z(s) = \frac{k_0}{s} + Z_1(s) \tag{26}$$

unde k_0 este reziduul în origine. Funcția $Z_1(s)$ are un zero în origine, deci admitanța $Y_1(s) = 1/Z_1(s)$ va avea un pol în origine. Expresia (26) se pune sub forma :

$$Z(s) = \frac{1}{\beta_1 s} + \frac{1}{Y_1(s)} \tag{27}$$

unde $\beta_1 = 1/k_0$. Aici, se extrage polul din origine al admitanței $Y_1(s)$ şi rezultă :

$$Z(s) = \frac{1}{\beta_1 s} + \cfrac{1}{\cfrac{1}{\beta_2 s} + Y_2(s)} \tag{28}$$

în care $Y_2(s)$ are un zero în origine, iar $Z_2(s) = 1/Y_2(s)$ are un pol în origine. Scriind expresia (28) sub forma

$$Z(s) = \frac{1}{\beta_1 s} + \cfrac{1}{\cfrac{1}{\beta_2 s} + \cfrac{1}{Z_2(s)}} \tag{29}$$

şi extrăgând polul din origine al lui $Z_2(s)$, se obține

$$Z(s) = \frac{1}{\beta_1 s} + \cfrac{1}{\cfrac{1}{\beta_2 s} + \cfrac{1}{\cfrac{1}{\beta_3 s} + Z_3(s)}} \quad \text{etc,} \tag{30}$$

Rezultă că prin această extragere succesivă a polului din origine, funcția $Z(s)$ se poate pune sub forma fracției continue

$$Z(s) = \frac{1}{\beta_1 s} + \frac{1\,|}{|\,\frac{1}{\beta_2 s}} + \frac{1\,|}{|\,\frac{1}{\beta_3 s}} + \frac{1\,|}{|\,\frac{1}{\beta_4 s}} + \ldots + \frac{1\,|}{|\,\frac{1}{\beta_{2n} s}} \tag{31}$$

Acestei expresii îi corespunde schema în scară a uniportului, dată în fig. 9.

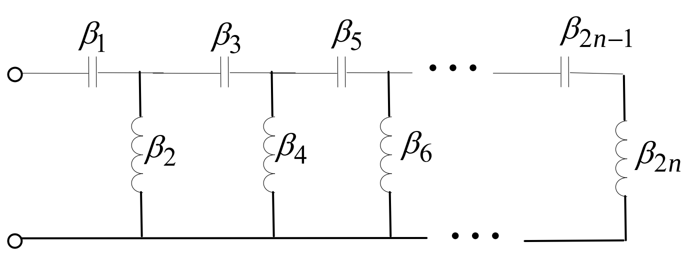


Fig. 9 Uniport în scară sintetizat prin a doua metodă Cauer

Exemplu Să se sintetizeze, cu a doua metodă a lui Cauer, circuitul care are impedanța

$$Z(s) = \frac{s^4 + 10s^2 + 9}{s^3 + 4s} \tag{32}$$

Pentru uşurarea procedurii de extragere succesivă a polilor din origine, se pune expresia (32) sub forma

$$Z(s)=\frac{9s^{-4}+10s^{-2}+1}{4s^{-3}+s^{-1}} \tag{33}$$

In continuare, tratând funcția $Z(s)$ în raport cu variabila s^{-1}, se face extragerea polilor de la infinit, exact ca în cazul primei metode a lui Cauer. Evident, polii de la infinit în raport cu variabila s^{-1} sunt polii din origine în raport cu variabila *s*. Funcția (33) se scrie succesiv sub forma :

$$Z(s)=\frac{9s^{-4}+10s^{-2}+1}{4s^{-3}+s^{-1}}=\frac{9}{4}s^{-1}+\frac{31/4s^{-2}+1}{4s^{-3}+s^{-1}}=\frac{9}{4}s^{-1}+\frac{1}{\dfrac{4s^{-3}+s^{-1}}{31/4s^{-2}+1}}=\frac{9}{4}s^{-1}+\frac{1}{\dfrac{16}{31}s^{-1}+\dfrac{15/31s^{-1}}{31/4s^{-2}+1}}=$$

$$=\frac{9}{4}s^{-1}+\frac{1}{\dfrac{16}{31}s^{-1}+\dfrac{1}{\dfrac{31/4s^{-2}+1}{15/31s^{-1}}}}=\frac{9}{4}s^{-1}+\frac{1}{\dfrac{16}{31}s^{-1}+\dfrac{1}{\dfrac{961}{60}s^{-1}+\dfrac{1}{15/31s^{-1}}}}$$

sau

$$Z(s)=\frac{9}{6}s^{-1}+\frac{1|}{|\frac{16}{31}s^{-1}}+\frac{1|}{|\frac{961}{60}s^{-1}}+\frac{1|}{|\frac{15}{31}s^{-1}} \tag{34}$$

Această fracție continuă a fost dedusă prin extragerea polilor de la infinit în raport cu s^{-1}. Ea poate fi scrisă sub forma

$$Z(s)=\frac{1}{\frac{6}{9}s}+\frac{1|}{|\dfrac{1}{\frac{31}{16}s}}+\frac{1|}{|\dfrac{1}{\frac{60}{961}s}}+\frac{1|}{|\dfrac{1}{\frac{31}{15}s}} \tag{35}$$

şi corespunde situației când s-ar extrage polii din origine în raport cu *s*. Schema circuitului rezultat este dată în fig. 10.

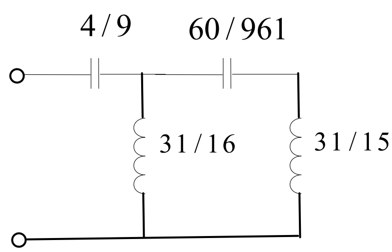


Fig. 10 Uniport sintetizat prin a doua metodă Cauer

3. Sinteza uniporților RC

Metode de tip Foster

Aceste metode utilizează două teoreme de transformare a imitanțelor circuitelor LC şi RC, iar sinteza uniporților RC se face prin intermediul celor metodelor Foster, utilizate la sinteza uniporților LC.

Fie $Z_{LC}(s)$ şi $Z_{RC}(s)$ impedanţele unor uniporţi LC, respectiv RC. Transformarea LC – RC are ca obiectiv găsirea unei impedanţe RC realizabile fizic, pornind de la o impedanţă LC realizabilă fizic. Transformarea are la bază următoarele teoreme :

(**T1**) Orice impedanţă $Z_{LC}(s)$, realizabilă fizic, poate fi transformată într-o impedanţă $Z_{RC}(s)$, realizabilă fizic, şi invers, prin intermediul relaţiei

$$Z_{RC}(s^2) = \frac{Z_{LC}(s)}{s} \tag{36}$$

(**T2**) Orice admitanţă $Y_{LC}(s)$, realizabilă fizic, poate fi transformată într-o admitanţă $Y_{RC}(s)$, realizabilă fizic, şi invers, prin intermediul relaţiei

$$Y_{RC}(s^2) = sY_{LC}(s) \tag{37}$$

Prima metodă Foster de sinteză a uniporţilor RC utilizează teorema (T1). Fie $Z_{LC}(s)$ sub forma (5). In acest caz, este valabilă relaţia :

$$\frac{Z_{LC}(s)}{s} = \frac{k_0}{s^2} + \sum_{i=1}^{n} \frac{k_i}{s^2 + \omega_i^2} + k_\infty \tag{38}$$

şi, în conformitate cu (T1) (v. rel. (36)), rezultă :

$$Z_{RC}(s^2) = \frac{k_0}{s^2} + \sum_{i=1}^{n} \frac{k_i}{s^2 + \omega_i^2} + k_\infty \tag{39}$$

Notând $\sigma_i = \omega_i^2$, din relaţia (39) se obţine impedanţa uniportului RC :

$$Z_{RC}(s) = \frac{k_0}{s} + \sum_{i=1}^{n} \frac{k_i}{s + \sigma_i} + k_\infty \tag{40}$$

Impedanţei (40) îi corespunde o conexiune în serie cu *n* + 2 componente, cu schemele de realizare date în fig. 11.

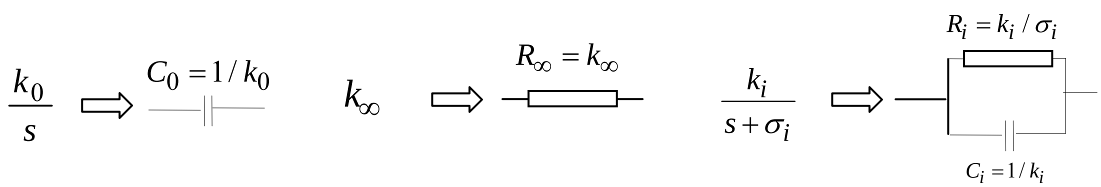


Fig. 11 Realizarea termenilor din suma (40)

Schema de ansamblu a uniportului RC, în conformitate cu relaţia (40), este dată în

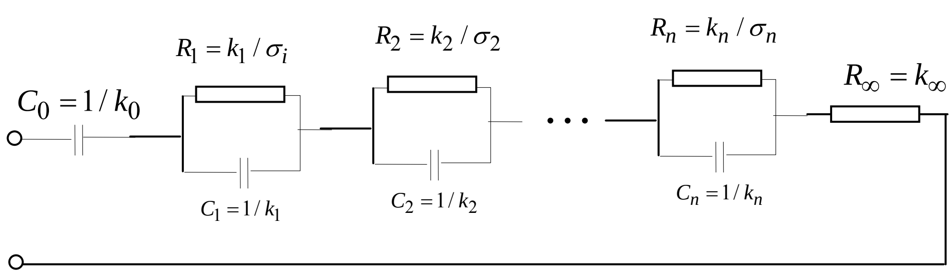


Fig.12 Schema uniportului sintetizat cu prima metodă Foster

fig. 12.

Algoritmul de sinteză a unui uniport RC, utilizând prima metodă Foster, este următorul :

0. Se dă impedanța $Z_{RC}(s)$ a circuitului care trebuie sintetizat.
1. Se determină $Z_{LC}(s)$, utilizând relația (36) : $Z_{LC}(s) = sZ_{RC}(s^2)$;
2. Se sintetizează $Z_{LC}(s)$ cu prima metodă Foster şi se obține schema circuitului LC ;
3. In schema LC obținută, se inlocuiesc inductivitățile cu rezistențe, păstrându-se valorile numerice obținute la punctul 2.

Exemplu Să se sintetizeze circuitul RC care are impedanța

$$Z_{RC}(s) = \frac{(s+2)(s+5)}{s(s+3)(s+8)} \tag{41}$$

1. Utilizând teorema de echivalență (T1) rezultă impedanța $Z_{LC}(s)$:

$$Z_{LC}(s) = sZ_{RC}(s^2) = \frac{(s^2+2)(s^2+5)}{s(s^2+3)(s^2+8)} \tag{42}$$

2. Se sintetizează $Z_{LC}(s)$ obținut. Problema obținută este identică cu cea din cadrul exemplului 1, tratat la prima metodă Foster a uniporților LC. Rezultatul, adică schema LC obținută, este cea din fig. 3.
3. In schema obținută se înlocuiesc inductivitățile prin rezistențe, păstrându-se valorile numerice. Schema uniportului RC este dată în fig. 13.

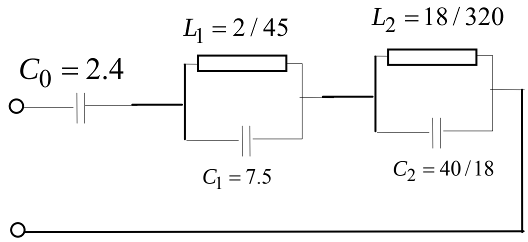


Fig.13 Schema uniportului RC sintetizat

Cea de a doua metodă Foster de sinteză a uniporților RC utilizează teorema de echivalență (T2). In acest caz, algoritmul de sinteză a unui uniport RC, este următorul :

0. Se dă admitanța $Y_{RC}(s)$ a circuitului care trebuie sintetizat.
1. Se determină $Y_{LC}(s)$, utilizând relația (37) : $Y_{LC}(s) = \frac{1}{s}Y_{RC}(s^2)$;
2. Se sintetizează $Y_{LC}(s)$ cu a doua metodă Foster şi se obține schema circuitului LC ;
3. In schema LC obținută, se înlocuiesc inductivitățile cu rezistențe, păstrându-se valorile numerice obținute la punctul 2.

Metode de tip Cauer

Metodele de tip Cauer sunt similare celor din cazul uniporților LC. Pentru ilustrarea lor, se va considera cazul când impedanța impusă, realizabilă fizic, este de forma

$$Z_{RC}(s)=\frac{P_n(s)}{Q_n(s)} \tag{43}$$

unde $P_n(s)$ şi $Q_n(s)$ sunt polinoame de gradul *n*. Prin procedura aplicată la sinteza Cauer a circuitelor LC (implicând împărţiri succesive de polinoame), se obţine :

$$Z_{RC}(s)=\frac{P_n(s)}{Q_n(s)}=\alpha_1+\frac{P_{n-1}(s)}{Q_n(s)}=\alpha_1+\frac{1}{\dfrac{Q_n(s)}{P_{n-1}(s)}}=\alpha_1+\frac{1}{\alpha_2 s+\dfrac{Q_{n-1}(s)}{P_{n-1}(s)}}=\alpha_1+\frac{1}{\alpha_2 s+\dfrac{1}{\dfrac{P_{n-1}(s)}{Q_{n-1}(s)}}}=$$

$$=\alpha_1+\frac{1}{\alpha_2 s+\dfrac{1}{\alpha_3+\dfrac{P_{n-2}(s)}{Q_{n-1}(s)}}}=\alpha_1+\frac{1}{\alpha_2 s+\dfrac{1}{\alpha_3+\dfrac{1}{\dfrac{Q_{n-1}(s)}{P_{n-2}(s)}}}}=\alpha_1+\frac{1}{\alpha_2 s+\dfrac{1}{\alpha_3+\dfrac{1}{\alpha_3 s+\dfrac{Q_{n-2}(s)}{P_{n-2}(s)}\ldots etc}}}$$

sau

$$Z_{RC}(s)=\frac{P_n(s)}{Q_n(s)}=\alpha_1+\frac{1\,|}{|\,\alpha_2 s}+\frac{1\,|}{|\,\alpha_3}+\frac{1\,|}{|\,\alpha_4 s}+\ldots+\frac{1\,|}{|\,\alpha_{2n} s} \tag{44}$$

Schema în scară a uniportului RC este dată în fig. 14.

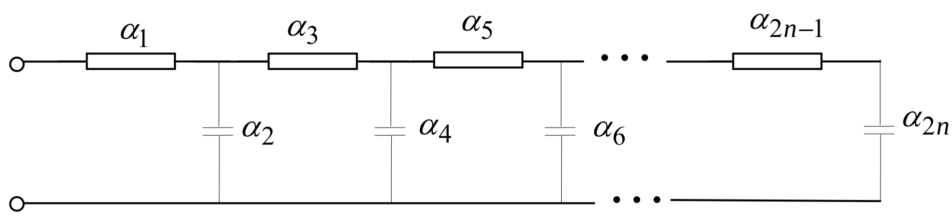


Fig. 14 Uniport în scară sintetizat prin prima metodă Cauer

Exemplu. Să se sintetizeze circuitul RC cu impedanţa :

$$Z_{RC}(s)=\frac{s^2+6s+8}{s^2+4s+3} \tag{45}$$

Prin împărţiri successive se obţine

$$Z_{RC}(s)=\frac{s^2+6s+8}{s^2+4s+3}=1+\frac{2s+5}{s^2+4s+3}=1+\frac{1}{\dfrac{s^2+4s+3}{2s+5}}=1+\frac{1}{0.5s+\dfrac{1.5s+3}{2s+5}}=$$

$$=1+\frac{1}{0.5s+\dfrac{1}{\dfrac{2s+5}{1.5s+3}}}=1+\frac{1}{0.5s+\dfrac{1}{4/3+\dfrac{1}{\dfrac{1.5s+3}{1}}}}=1+\frac{1}{0.5s+\dfrac{1}{4/3+\dfrac{1}{1.5s+\dfrac{1}{1/3}}}}$$

sau

$$Z_{RC}(s)=1+\frac{1\,|}{|\,0.5s}+\frac{1\,|}{|\,4/3}+\frac{1\,|}{|\,1.5s}+\frac{1\,|}{|\,1/3} \tag{46}$$

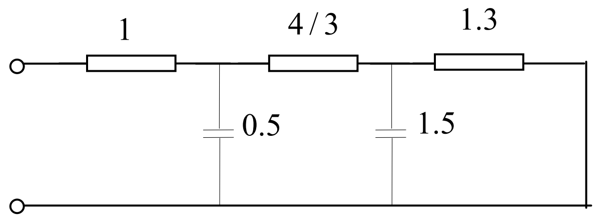


Fig. 15 Uniport RC sintetizat prin metodă Cauer

Schema uniportului RC sintetizat este dată în fig. 15.