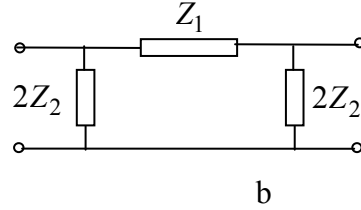
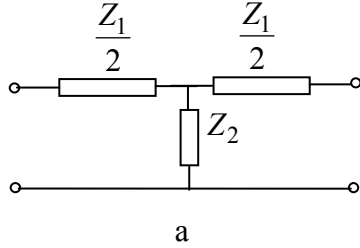


## Curs16

### 3.6.5 Parametrii imagine ai diporților uzuali

Diportul în T cu schema din fig. 61.a are parametrii imagine:



**Fig.61** Diporți în T (a) și în Π (b)

$$Z_{01} = Z_{02} = Z_c = \sqrt{Z_1 Z_2} \sqrt{1 + \frac{Z_1}{4Z_2}} \quad (171)$$

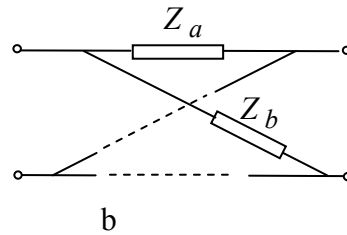
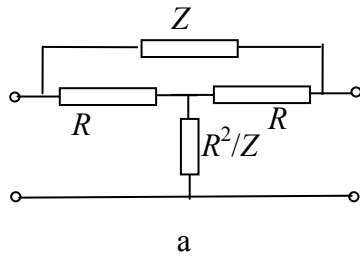
$$\text{sh}\left(\frac{g}{2}\right) = \sqrt{\frac{Z_1}{4Z_2}} \quad (172)$$

Pentru schema în Π din fig. 61.b, parametrii imagine sunt:

$$Z_{01} = Z_{02} = Z_c = \frac{\sqrt{Z_1 Z_2}}{\sqrt{1 + \frac{Z_1}{4Z_2}}} \quad (173)$$

$$\text{sh}\left(\frac{g}{2}\right) = \sqrt{\frac{Z_1}{4Z_2}} \quad (174)$$

Se observă că cei doi diporți au același exponent de transfer pe imagini.



**Fig. 62** Diporți TP (a) și în X (b)

Diportul TP cu structura particulară din fig. 62.a are

$$Z_c = R; \quad \text{th}\left(\frac{g}{2}\right) = \frac{Z}{Z + 2R} \quad (175)$$

Pentru diportul în X, parametrii imagine sunt:

$$Z_c = \sqrt{Z_a Z_b}; \quad \text{th}\left(\frac{g}{2}\right) = \sqrt{\frac{Z_b}{Z_a}} \quad (176)$$

Se observă că dacă  $Z_a$  și  $Z_b$  sunt inverse în raport cu o rezistență  $R$ , atunci impedanța caracteristică este egală cu  $R$  (la fel ca și în cazul schemei din fig. 62.a).

### 3.7 Parametrii de lucru ai unui diport

În condiții reale de funcționare, un diport poate fi terminat la cele două porți pe impedanțe diferite de cele imagine. În acest caz, parametrii ce caracterizează porțile și transferul între porți se numesc parametri **de lucru** sau **compuși**. Ca și în cazul parametrilor imagine, analiza diportului se referă la două aspecte:

1. caracterizarea porților, prin impedanțe de intrare ;
2. transferul semnalului între porți, caracterizat prin exponentul de transfer de lucru (sau compus)

#### 3.7.1 Impedanța de intrare

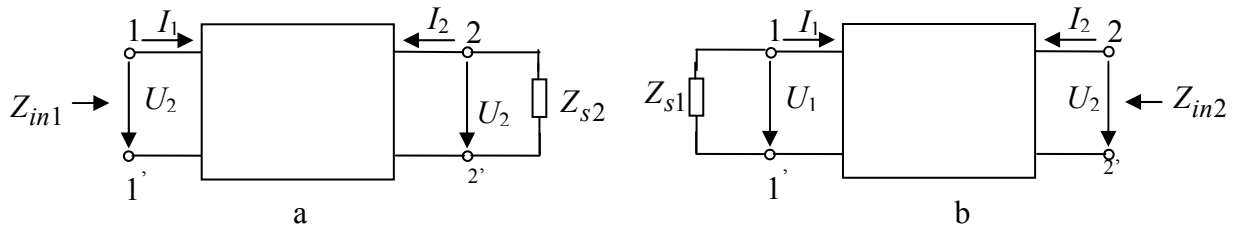


Fig. 63 Definirea impedanțelor de intrare  $Z_{in1}$  (a) și  $Z_{in2}$  (b)

Fie diportul din fig 63.a, pentru care ecuațiile exprimate prin parametrii  $Z$  sunt

$$\begin{aligned} U_1 &= Z_{11}I_1 + Z_{12}I_2 \\ U_2 &= Z_{21}I_1 + Z_{22}I_2 \end{aligned} \quad (177)$$

Dacă se înlocuiește tensiunea  $U_2$  prin expresia

$$U_2 = -Z_{s2}I_2 \quad (178)$$

și apoi se explicitează curentul  $I_2$  din a doua ecuație, înlocuindu-se în prima ecuație, se obține

$$U_1 = Z_{11}I_1 - Z_{12} \frac{Z_{21}}{Z_{22} + Z_{s2}} I_1 \quad (179)$$

de unde rezultă expresia impedanței de intrare la poarta 1:

$$Z_{in1} = \frac{U_1}{I_1} = Z_{11} - Z_{12} \frac{Z_{21}}{Z_{22} + Z_{s2}} = \frac{\Delta Z + Z_{11}Z_{s2}}{Z_{22} + Z_{s2}}; (\Delta Z = Z_{11}Z_{22} - Z_{12}Z_{21}) \quad (180)$$

În mod similar se deduce impedanța de intrare la poarta 2 (fig. 63.b):

$$Z_{in2} = \frac{U_2}{I_2} = Z_{22} - Z_{21} \frac{Z_{12}}{Z_{11} + Z_{s1}} = \frac{\Delta Z + Z_{22}Z_{s1}}{Z_{11} + Z_{s1}} \quad (181)$$

Este important să se stabilească măsura în care impedanțele de intrare diferă de impedanțele imagine. În acest scop, în relația de definiție a impedanței de intrare,  $Z_{in1} = U_1 / I_1$ , se înlocuiesc  $U_1$  și  $I_1$  prin expresiile (163), respectiv (164):

$$Z_{in1} = \frac{U_2 \sqrt{\frac{Z_{01}}{Z_{02}}} \operatorname{ch} g - I_2 \sqrt{Z_{01} Z_{02}} \operatorname{sh} g}{U_2 \frac{\operatorname{sh} g}{\sqrt{Z_{01} Z_{02}}} - I_2 \sqrt{\frac{Z_{02}}{Z_{01}}} \operatorname{ch} g} \quad (182)$$

Inlocuind în această relație pe  $U_2$  cu expresia (178), rezultă:

$$Z_{in1} = Z_{01} \frac{Z_s \operatorname{ch} g + Z_{02} \operatorname{sh} g}{Z_s \operatorname{sh} g + Z_{02} \operatorname{ch} g} = Z_{01} \operatorname{cth} g \frac{Z_s + Z_{02} \operatorname{th} g}{Z_s + Z_{02} \operatorname{cth} g} \quad (183)$$

Având în vedere că  $Z_{01} \operatorname{cth} g = Z_{1g}$ ,  $Z_{02} \operatorname{th} g = Z_{2sc}$  și  $Z_{02} \operatorname{cth} g = Z_{2g}$  (vezi rel. (165) și (166)), impedanța de intrare poate fi pusă sub forma

$$Z_{in1} = Z_{1g} \frac{Z_s + Z_{2sc}}{Z_s + Z_{2g}} \quad (184)$$

O altă formă de exprimare a impedanței de intrare se obține dacă în (183) se înlocuiesc funcțiile hiperbolice prin funcția exponențială:

$$Z_{in1} = Z_{01} \frac{Z_s (e^g + e^{-g}) + Z_{02} (e^g - e^{-g})}{Z_s (e^g - e^{-g}) + Z_{02} (e^g + e^{-g})} = Z_{01} \frac{(Z_s + Z_{02}) e^g + (Z_s - Z_{02}) e^{-g}}{(Z_s + Z_{02}) e^g - (Z_s - Z_{02}) e^{-g}} \quad (185)$$

sau

$$Z_{in1} = Z_{01} \frac{1 + \rho_{02} e^{-2g}}{1 - \rho_{02} e^{-2g}} \quad (186)$$

în care

$$\rho_{02} = \frac{Z_s - Z_{02}}{Z_s + Z_{02}} \quad (187)$$

este **coeficientul de neadaptare** la poarta 2. Relația (186) arată că, atunci când la poarta 2 există o neadaptare ( $Z_s \neq Z_{02}$ ), impedanța de intrare la poarta 1 diferă de impedanța imagine  $Z_{01}$ . Pentru un coeficient de neadaptare  $\rho_{02}$  dat, diferența dintre  $Z_{in1}$  și  $Z_{01}$  este cu atât mai mică, cu cât  $g$  este mai mare. În realitate, întrucât  $g = a + jb$ , diferența menționată va fi cu atât mai mică, cu cât atenuarea pe imagini a diportului este mai mare.

Notând  $\rho_{01}$  coeficientul de neadaptare la poarta 1, adică

$$\rho_{01} = \frac{Z_{in1} - Z_{01}}{Z_{in1} + Z_{01}}, \quad (188)$$

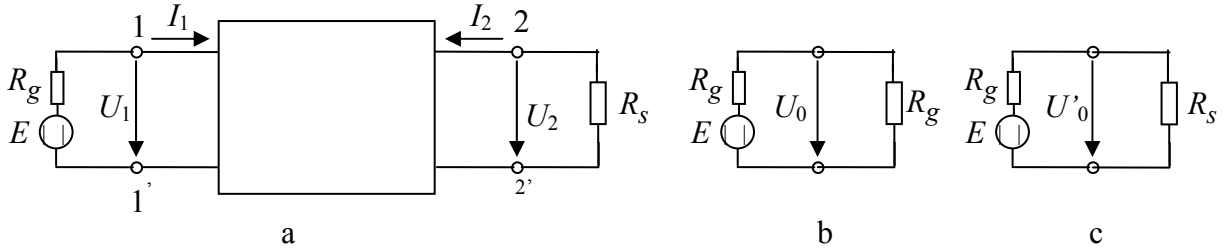
din relația (186) se obține

$$\rho_{01} = \rho_{02} e^{-2g} \quad (189)$$

adică, o neadaptare la poarta 2 are ca efect o neadaptare la poarta 1, cu atât mai mică, cu cât  $g$  (de fapt, atenuarea  $a$ ) este mai mare.

### 3.7.2 Exponentul de transfer

Fie diportul considerat, cu sensul de transmitere a semnalului de la poarta 1 la poarta



**Fig. 64** Definierea exponentului de transfer

(a)-diportul analizat; (b)- circuit de referință pentru atenuarea compusă și pentru atenuarea de inserție (c)

2 (fig. 64.a). După cum se observă din figură, s-a considerat un generator cu rezistența internă  $R_g$ , iar la poarta 2 s-a conectat o rezistență  $R_s$ . În cadrul transferului semnalului prin diport, de la generator la sarcină, puterea la poarta 2, este

$$P_2 = |U_2 I_2| = \frac{|U_2|^2}{R_s} \quad (190)$$

Pentru a caracteriza acest transfer, este necesar ca puterea  $P_2$  să fie raportată la o **putere de referință**. Există două modalități de a defini puterea de referință și, implicit, transferul semnalului prin diport:

a. – **se adoptă ca referință puterea maximă**,  $P_0$ , pe care o poate debita generatorul, în ipoteza că acesta este conectat la o rezistență de sarcină, în condiții de adaptare ( $R_s = R_g$ ) (fig. 64.b):

$$P_0 = \frac{|E|^2}{4R_g} \quad (191)$$

În acest caz, se definește funcția de transfer de lucru (sau compusă), prin relația

$$\Gamma = \sqrt{\frac{P_0}{P_2}} = \frac{E}{2U_2} \sqrt{\frac{R_s}{R_g}} \quad (192)$$

Practic, se lucrează cu **atenuarea de lucru** (sau **compusă**),  $a_c$ , definită astfel:

$$a_c = \ln \Gamma = \frac{1}{2} \ln \frac{P_0}{P_2} = \ln \left( \frac{E}{2U_2} \sqrt{\frac{R_s}{R_g}} \right) [Np]; \quad a_c = 10 \log \frac{P_0}{P_2} = 20 \log \left( \frac{E}{2U_2} \sqrt{\frac{R_s}{R_g}} \right) [dB] \quad (193)$$

b. – **se adoptă ca referință situația cuplării directe a generatorului la sarcină** (fig. 64.c), când puterea debitată în sarcină este

$$P'_0 = \frac{|E|^2 R_s}{(R_g + R_s)^2} \quad (194)$$

Schema diportului din fig. 64.a corespunde situației când – față de referința adoptată (fig. 64.c) – **se inserează** diportul între generator și sarcină. În acest caz, se definește funcția de transfer prin inserție

$$\Gamma_i = \sqrt{\frac{P'_0}{P_2}} = \left| \frac{E}{U_2} \right| \frac{R_s}{R_g + R_s}, \quad (195)$$

iar în practică se lucrează cu **atenuarea prin inserție**, definită astfel:

$$a_i = \ln \left( \left| \frac{E}{U_2} \right| \frac{R_s}{R_g + R_s} \right) [Np]; \quad a_i = 20 \log \left( \left| \frac{E}{U_2} \right| \frac{R_s}{R_g + R_s} \right) [dB] \quad (196)$$

Din relațiile (193) și (196), rezultă cu ușurință legătura dintre atenuarea compusă și atenuarea prin inserție

$$a_i = a_c - \ln \frac{R_g + R_s}{2\sqrt{R_g R_s}} \quad (197)$$

Acum vom considera că  $R_g$  și  $R_s$  se înlocuiesc prin  $Z_g(s)$ , respectiv  $Z_s(s)$ . Se definesc în mod similar funcțiile de transfer de lucru (compusă) și prin inserție (fără ca aceste mărimi să aibă semnificație energetică), precum și **exponenții de transfer de lucru (compus)** și **prin inserție**. Punând  $s = j\omega$ , acești parametri vor fi:

$$g_c(j\omega) = a_c(\omega) + jb_c(\omega); \quad g_i(j\omega) = a_i(\omega) + jb_i(\omega) \quad (198)$$

unde  $a_c(\omega)$ ,  $a_i(\omega)$ ;  $b_c(\omega)$ ,  $b_i(\omega)$  sunt atenuarea compusă și prin inserție, respectiv defazajul compus și prin inserție.

Ca și în cazul caracterizării porților, când s-a analizat măsura în care impedanțele de intrare diferă de impedanțele imagine, și în cazul transferului semnalului prin diport este util să se analizeze în **ce măsură exponentul de transfer compus diferă de exponentul de transfer pe imagini**. Pentru aceasta se pornește de la expresia exponentului de transfer compus, obținută prin adaptarea relației (193):

$$g_c = \ln \Gamma = \frac{1}{2} \ln \frac{P_0}{P_2} = \ln \left( \frac{E}{2U_2} \sqrt{\frac{Z_s}{Z_g}} \right) \quad (199)$$

Dacă în această relație se utilizează ecuațiile  $E = U_1 + Z_g I_1$  și  $U_2 = -Z_s I_2$  (rezultate din schema diportului, dată în fig. 64.a, unde  $R_g$  și  $R_s$  s-au înlocuit prin  $Z_g$ , respectiv  $Z_s$ ), precum și ecuațiile (163) și (164), care conțin parametrii imagine ai diportului, atunci – după o serie de calcule algebrice – relația (199) devine:

$$g_c = \ln \left[ \frac{Z_g + Z_{01}}{2\sqrt{Z_g Z_{01}}} \cdot \frac{Z_s + Z_{02}}{2\sqrt{Z_s Z_{02}}} \cdot e^g \cdot (1 - \rho_{01} \cdot \rho_{02} \cdot e^{-2g}) \right] \quad (200)$$

unde  $\rho_{01}$  și  $\rho_{02}$  sunt coeficienții de neadaptare la poarta 1, respectiv 2. Din această relație rezultă expresia atenuării compuse:

$$a_c = a + \ln \left| \frac{Z_g + Z_{01}}{2\sqrt{Z_g Z_{01}}} \right| + \ln \left| \frac{Z_s + Z_{02}}{2\sqrt{Z_s Z_{02}}} \right| + \ln |1 - \rho_{01} \cdot \rho_{02} \cdot e^{-2g}| \quad (201)$$

Fie

$$t_1 = \frac{2\sqrt{Z_g Z_{01}}}{Z_g + Z_{01}}; \quad t_2 = \frac{2\sqrt{Z_s Z_{02}}}{Z_s + Z_{02}} \quad (202)$$

**coeficienții de transmisie** la poarta 1 și respectiv 2. Se observă că, în relația (201), atenuarea compusă se obține din atenuarea pe imagini,  $a$ , la care se adaugă **atenuările de reflexie** la porțile 1 și 2,

$$a_{r1} = \ln \left| \frac{1}{t_1} \right|; \quad a_{r2} = \ln \left| \frac{1}{t_2} \right| \quad (203)$$

datorate neadaptărilor de la porțile menționate, precum și termenul

$$a_{12} = \ln \left| 1 - \rho_{01} \cdot \rho_{02} \cdot e^{-2g} \right| \quad (204)$$

numit *atenuare de interacțiune*.

### 3.8 Diporți pasivi uzuali

#### 3.8.1 Transformatorul de adaptare

În subcapitolul 3.1 s-a arătat că un transformator ideal realizează la poarta 1-1' schimbarea scării impedanței conectate la poarta 2-2', în raportul  $n^2 : 1$ , adică

$$Z_{in1} = n^2 Z_{s2} \quad (205)$$

unde  $Z_{s2}$  este sarcina conectată la poarta 2, iar  $n$  este raportul de transformare. Această proprietate oferă posibilitatea adaptării unei sarcini date, de ex., rezistența de sarcină  $R_s$ , la un generator cu rezistența internă  $R_g$ . Atunci când  $R_s \neq R_g$ , cuplarea sarcinii la generator se face printr-un transformator de adaptare cu

raportul de transformare  $n = \sqrt{R_g / R_s}$ .

Spre deosebire de cazul ideal, studiat în subcapitolul 3.1, transformatorul real are inductivități finite ale înfășurărilor  $L_1$  și  $L_2$ , pierderi nenule în rezistențele  $r_1$  și  $r_2$  ale înfășurărilor, eventual pierderi în circuitul magnetic, și – mai ales – un cuplaj magnetic neideal între cele două înfășurări. Obiectivul urmărit în cele ce urmează este de a analiza *caracteristica de frecvență* a transformatorului de adaptare și de a stabili banda de frecvență în care se pot transfera semnalele între porți.

Modelul matematic al transformatorului real, exprimat prin parametrii  $Z$  este

$$U_1 = Z_{11}I_1 + Z_{12}I_2 \quad (206)$$

$$U_2 = Z_{21}I_1 + Z_{22}I_2 \quad (207)$$

în care

$$Z_{11} = r_1 + j\omega L_1; \quad Z_{12} = Z_{21} = j\omega M; \quad Z_{22} = r_2 + j\omega L_2 \quad (208)$$

Inductivitatea mutuală  $M$  este

$$M = k\sqrt{L_1 L_2} \quad (209)$$

unde coeficientul de cuplaj  $k$  nu este unitar ( $k < 1$ ).

Pornind de la ecuațiile (206) și (207) ale unui diporț, putem desena o schemă a

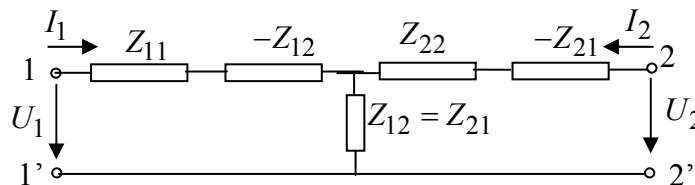


Fig. 66 Schema unui diporț descris prin parametrii  $Z$

diportului care să conțină parametrii  $Z_{11}, Z_{22}, Z_{12} = Z_{21}$ , ca în fig. 66. Este ușor de verificat că modelul matematic al diportului din fig. 66 este dat de ecuațiile (206) și (207). Cunoscând expresiile (208) ale impedanțelor  $Z_{11}, Z_{22}$  și  $Z_{12} = Z_{21}$ , putem desena o schemă echivalentă a transformatorului, sub forma unui diport în T. Mai întâi, se va

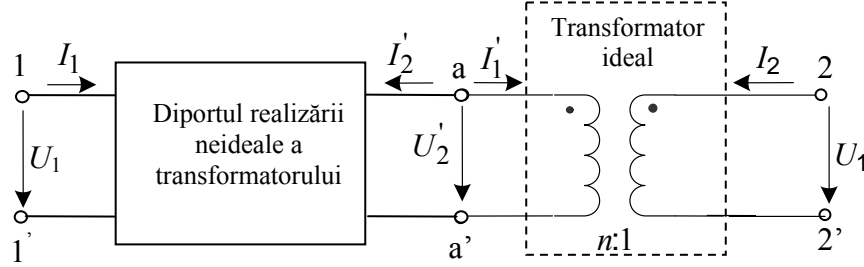


Fig.67 Schema echivalentă a transformatorului real

proceda la structurarea schemei echivalente sub forma a doi diporți conectați în cascadă: un diport care conține toate elementele de circuit datorate realizării neideale a transformatorului și un diport care reprezintă transformatorul ideal (v. fig. 67). În continuare, se vor utiliza ecuațiile transformatorului ideal,  $U_2' = nU_2$ ;  $I_2 = -nI_1'$ , pentru deducerea structurii diportului realizării neideale. Vom nota prin  $Z_{11}', Z_{22}', Z_{12}' = Z_{21}'$  parametrii  $Z$  ai acestui diport. Se vor determina, în continuare, acești parametri:

$$Z_{11}' = \left. \frac{U_1}{I_1} \right|_{I_2=0} = Z_{11} = r_1 + j\omega L_1 \quad (210)$$

Pentru determinarea lui  $Z_{22}'$  scriem mai întâi

$$Z_{22} = r_2 + j\omega L_2 = \left. \frac{U_2}{I_2} \right|_{I_1=0} = \left. \frac{U_2'/n}{-nI_1'} \right|_{I_1=0} = \frac{1}{n^2} \left. \frac{U_2'}{I_2'} \right|_{I_1=0} = \frac{1}{n^2} Z_{22}' \quad (211)$$

de unde rezultă

$$Z_{22}' = n^2 r_2 + j\omega n^2 L_2 = r_2' + j\omega L_2' \quad (212)$$

unde

$$r_2' = n^2 r_2; \quad L_2' = n^2 L_2 \quad (213)$$

sunt rezistența și inductivitatea secundarului reflectate în primarul transformatorului.

Pentru determinarea lui  $Z_{21}'$  se procedează în mod similar:

$$Z_{21}' = j\omega M = \left. \frac{U_2}{I_1} \right|_{I_2=0} = \left. \frac{1}{n} \frac{U_2'}{I_1} \right|_{I_2=0} = \frac{1}{n} Z_{21}' \quad (214)$$

deci

$$Z_{21}' = j\omega nM = Z_{12}' \quad (215)$$

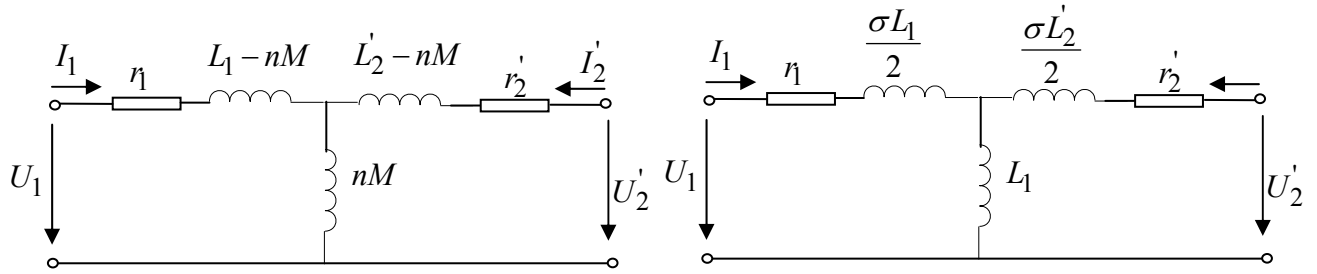
Având în vedere relațiile (210), (212) și (215), precum și schema din fig 66 a oricărui diport în raport cu parametrii Z, rezultă că diportul realizării neideale a transformatorului se poate prezenta ca în fig. 68.a.

De regulă, coeficientul de cuplaj  $k$  este ușor subunitar și se pune sub forma

$$k = \sqrt{1 - \sigma} \approx 1 - \frac{\sigma}{2} \quad (216)$$

unde  $\sigma$  se numește coeficient de scăpări, fiind foarte mic ( $\sigma \approx 1\%$ ). Pe de altă parte, inductivitățile  $L_1$  și  $L_2$  sunt legate prin relația:  $L_1/L_2 = n^2$ . În aceste condiții, cele 2 inductivități din fig. 68.a se pot scrie astfel:

$$L_1 - nM = L_1 - nk\sqrt{L_1 L_1} = L_1 - nk\sqrt{L_1^2 / n^2} = L_1(1 - k) \approx \frac{\sigma L_1}{2} \quad (217)$$

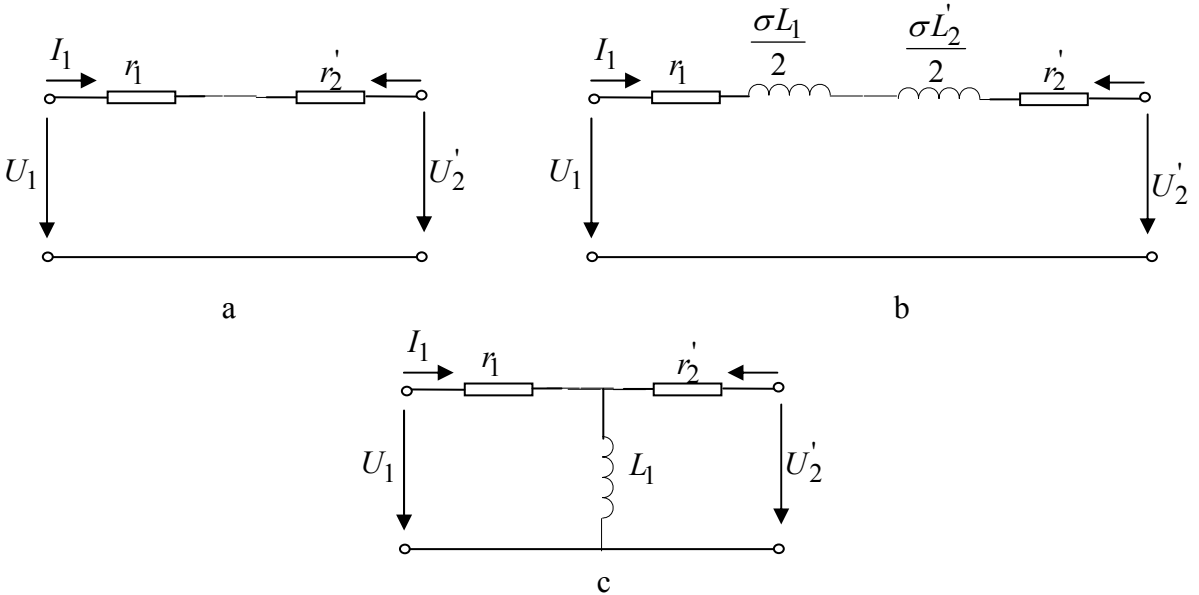


**Fig. 68** Schema echivalentă a diportului de pierderi (a); schema simplificată (b)

$$L_2' - nM = L_2' - nk\sqrt{L_1 L_1} = L_2' - nk\sqrt{n^2 L_2'^2} = L_2' - kn^2 L_2' = L_2'(1 - k) \approx \frac{\sigma L_2'}{2} \quad (218)$$

$$nM = k\sqrt{L_1 L_2} = nk\sqrt{L_1^2 / n^2} = kL_1 \approx L_1 \quad (219)$$

Schema echivalentă a diportului de pierderi capătă forma din fig. 68.b. În cadrul



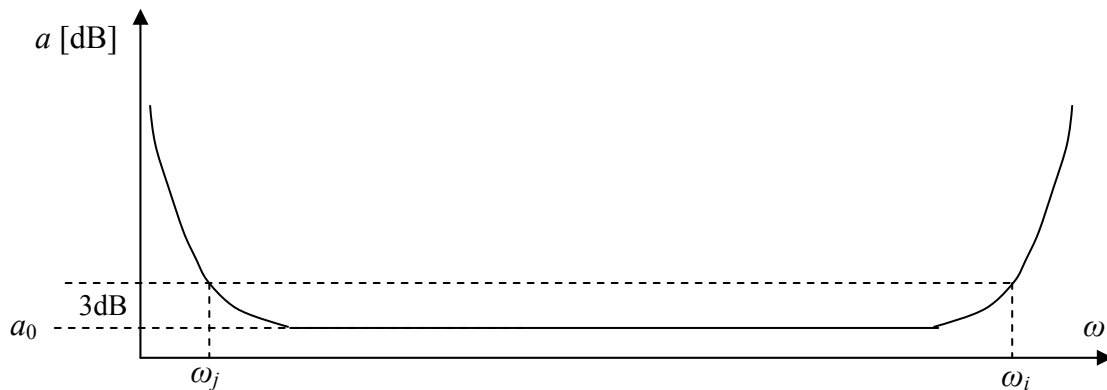
**Fig. 69** Schema echivalentă a diportului de pierderi la frecvențe medii (a), înalte (b) și joase (c)



acestei scheme, intervin două inductivități foarte mici,  $\frac{\sigma L_1}{2}$  și  $\frac{\sigma L_2'}{2}$ , numite inductivități de scăpări, care sunt plasate pe laturile longitudinale, și o inductivitate de valoare mare,  $L$ , așezată pe latura transversală.

Intrucât transformatorul ideal are o caracteristică cu atenuare nulă la toate frecvențele, distorsiunile de frecvență ale transformatorului real vor fi introduse numai de diportul de pierderi. Se pot distinge 3 zone în caracteristica de frecvență.

1. La frecvențe medii, reactanțele inductivităților din laturile longitudinale se consideră foarte mici, iar căderile de tensiune pe care le induc sunt neglijabile. De asemenea, inductivitatea  $L_1$  fiind mare, reactanța  $\omega L_1$  este mare și efectul de șuntare al acesteia în latura transversală este neglijabil. Schema echivalentă a diportului este cea din fig. 69.a. Atenuarea diportului este dată de căderea de tensiune pe rezistența echivalentă  $r_1 + r_2' \equiv 2r$ , fiind constantă pentru toată zona frecvențelor medii (fig. 70).
2. La frecvențe înalte, efectul de șuntare al inductivității  $L_1$  este, firește, neglijabil, însă contează inductivitățile de scăpări, iar schema echivalentă a diportului este cea din fig. 69.b. Intrucât  $L_1/L_2 = n^2$  și  $L_2' = n^2 L_2$ , rezultă  $L_1 = L_2' \equiv L$ , iar impedanța pe latura longitudinală este  $\sqrt{(2r)^2 + (2\omega L)^2}$ . Căderea de tensiune pe această impedanță crește cu frecvența, deci atenuarea diportului va crește cu  $\omega$ . (fig. 70).
3. La frecvențe joase, efectul inductivităților de scăpări este neglijabil, însă contează efectul de șuntare al reactanței  $\omega L_1$  (fig. 69.c). Cu cât frecvența este mai mică, cu atât efectul de șuntare menționat este mai mare și atenuarea diportului este mai mare (fig. 70).



**Fig. 70** Caracteristica de frecvență transformatorului de adaptare

Banda de frecvență a transformatorului de adaptare se definește în raport cu pulsațiile de tăiere  $\omega_j$  și  $\omega_i$  (fig. 70). Se propune cititorului deducerea acestor pulsații în funcție de parametrii circuitului electric, pornind de la schemele echivalente din fig. 69.

### 3.8.2 Filtre electrice pasive

Filtrele electrice ideale de tip trece jos (FTJ), trece sus (FTS), trece bandă (FTB) și oprește bandă (FOB) au atenuarea egală cu zero, în banda de trecere, și egală cu infinit – în banda de blocare. De asemenea, impedanțele imagine sunt egale cu o rezistență constantă (rezistența nominală) în toată banda de trecere. Evident, filtrele pasive reale aproximează caracteristicile filtrelor ideale.

Filtrele electrice pasive sunt foarte variate ca structură și proprietăți. În cele ce urmează, ele vor fi sistematizate în două categorii:

1. filtre bazate pe diagramele poli-zero-uri ale uniporturilor din structura lor,
2. filtre în scară.

#### 3.8.2.1 Filtre bazate pe diagrame poli-zero-uri

##### I. Filtre cu structură oarecare

În general, la un diport simetric sunt demonstrate relațiile:

$$Z_c = \sqrt{Z_{sc}Z_g}; \quad \text{thg} = \sqrt{\frac{Z_{sc}}{Z_g}} \quad (220)$$

Intrucât diportii sunt pur reactivi, avem  $Z_{sc} = jX_{sc}$ ;  $Z_g = jX_g$  și relațiile (220) devin:

$$Z_c = \sqrt{-X_{sc}X_g}; \quad \text{thg} = \sqrt{\frac{X_{sc}}{X_g}} \quad (221)$$

Dacă cele două reactanțe sunt de **semn contrar**, atunci

$$\text{thg} = \sqrt{\frac{X_{sc}}{X_g}} = j \sqrt{\left| \frac{X_{sc}}{X_g} \right|} = \frac{\text{sh}a + j \sin b \cos b}{\text{sh}^2 a + \cos^2 b} \quad (222)$$

Intrucât partea reală este nulă, rezultă  $\text{sh}a = 0$ . Dar cum  $\text{cha} \neq 0$ , rezultă  $\text{sha} = 0$  și  $a = 0$ , deci diportul funcționează ca un **filtru în banda de trecere**. În același timp, impedanța caracteristică este reală, adică are **caracter rezistiv**:

$$Z_c = \sqrt{-X_{sc}X_g} \in \mathbb{R} \quad (223)$$

În general, această rezistență este variabilă cu frecvența.

În mod similar se poate deduce că atunci când cele două reactanțe,  $X_{sc}$  și  $X_g$ , au **același semn**, rezultă  $a \neq 0$  și diportul funcționează ca un **filtru în banda de blocare** (nu neapărat cu atenuare infinită). În acest caz, impedanța caracteristică este o **reactanță**.

**Exemplu.** Fie diportul din fig.71. Construind diagramele poli-zero-uri ale

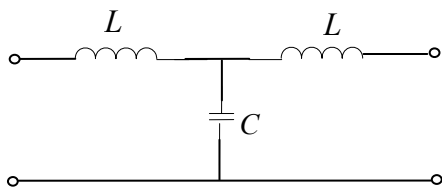


Fig.71 Filtru LC

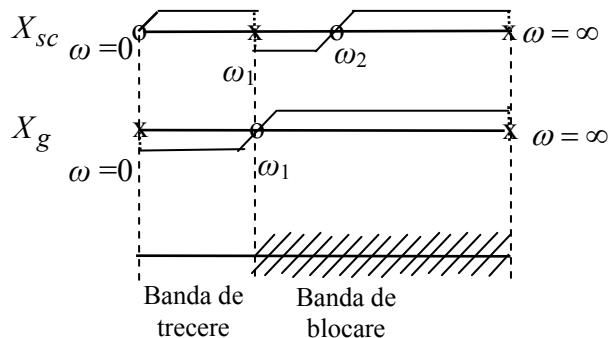


Fig. 72 Analiza filtrului din fig. 71 cu diagrame poli-zero-uri

reactanțelor  $X_{sc}$  și  $X_g$ , se definesc benzile de trecere și de blocare ale unui FTJ, ca în fig. 72.

## II. Filtre în X

La un diport în X sunt valabile relațiile (176). Utilizând uniporturi reactivi, rezultă  $Z_a = jX_a$ ;  $Z_b = jX_b$ . Relațiile (176) și (220) sunt similare și, deci, se poate aplica același principiu: dacă  $X_a$  și  $X_b$  sunt de semne contrare, rezultă  $a = 0$  și filtrul lucrează în banda de trecere; în caz contrar,  $a \neq 0$  și filtrul lucrează în banda de blocare.

**Exemplu.** Fie filtrul din fig. 73. Diagramele poli-zero-uri ale reactanțelor  $X_a$  și  $X_b$  și definirea benzilor de trecere și de blocare sunt prezentate în fig. 74. Rezulta un FTJ.

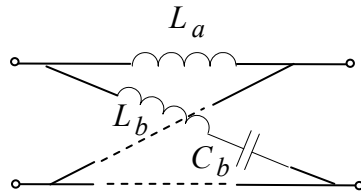


Fig. 73 Exemplu de filtru în X

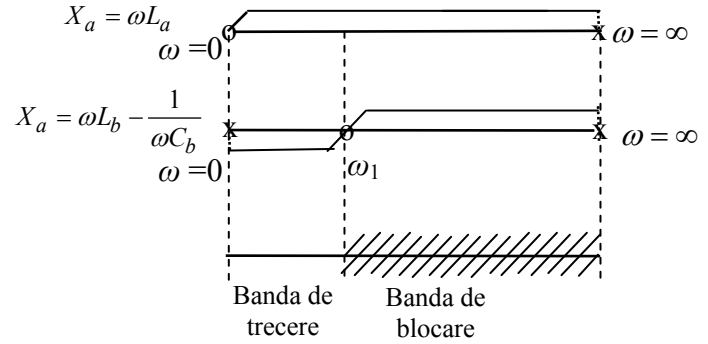


Fig. 74 Analiza filtrului din fig. 71 cu diagrame poli-zero-uri