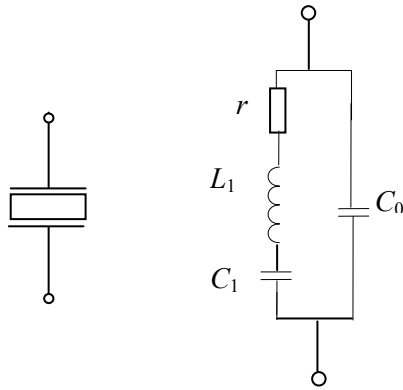


Curs17

Filtre cu cuarț

Un cristal de cuarț, tăiat în mod special și montat între 2 electrozi (fig. 75.a) se comportă ca un circuit rezonant cu un factor de calitate (Q) foarte bun, având schema echivalentă din fig. 75.b. Un asemenea circuit oscilant are o stabilitate remarcabilă a parametrilor. În fig. 75.b, L_1 , C_1 și r sunt inductivitatea, capacitatea și rezistența circuitului echivalent al cristalului de cuarț, iar C_0 este capacitatea armăturilor. Intotdeauna, $C_1 \ll C_0$. Circuitul din fig. 75.b are o rezonanță serie la pulsația



a

Fig. 75 Cristal de cuarț: simbolizare (a) și circuitul echivalent (b)

și o rezonanță derivație la pulsația

$$\omega_1 = \frac{1}{\sqrt{L_1 C_1}} \quad (124)$$

și o rezonanță derivație la pulsația

$$\omega_2 = \frac{1}{\sqrt{L_1 \frac{C_0 C_1}{C_0 + C_1}}} \quad (125)$$

Din (124) și (125) se obține

$$\frac{\omega_2^2}{\omega_1^2} = 1 + \frac{C_1}{C_0} \quad (126)$$

sau

$$\frac{C_1}{C_0} = \frac{\omega_2^2 - \omega_1^2}{\omega_1^2} \cong \frac{2(\omega_2 - \omega_1)}{\omega_1} \quad (127)$$

Fig. 76 Diagrama poli-zerouri a cristalului cu cuarț

Deoarece raportul C_1/C_0 este foarte mic, rezultă că și diferența dintre pulsațiile de rezonanță derivație și serie este foarte mică (diferența $(\omega_2 - \omega_1)/\omega_1$ este mai mică de 0,5%). Diagrama poli-zerouri a cristalului cu cuarț este dată în fig. 76.

Schema unui filtru în X cu cuarț este dată în fig. 77, în care pulsația de rezonanță

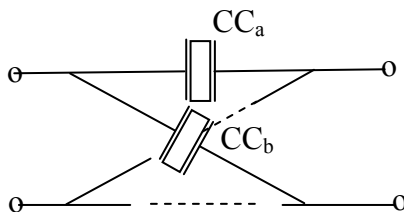


Fig. 77 Filtru cu cuarț în X

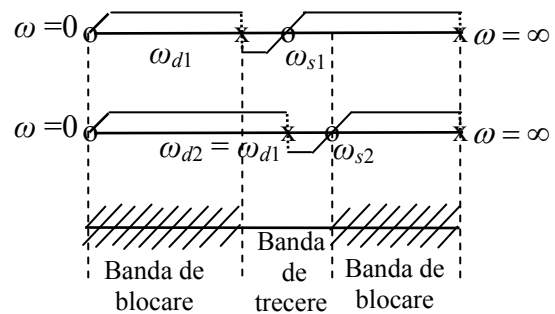


Fig. 78 Analiza filtrului în X cu cuarț utilizând diagrame poli-zerouri

derivație a cristalului cu cuarț CC_b este egală cu pulsația de rezonanță serie a cristalului CC_a . In fig. 78 se prezintă analiza acestui

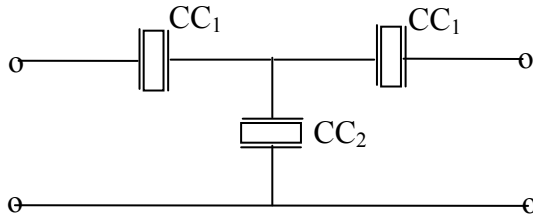


Fig. 79 Filtru cu cuarț în T

filtru cu ajutorul diagramelor poli-zero-uri. Se observă că se obține un filtru de tip trece bandă (FTB). Având în vedere că diferența $\omega_2 - \omega_1$ este foarte mică, selectivitatea acestui filtru este foarte mare (banda $2(\omega_2 - \omega_1)$ este foarte îngustă.

O schema de filtru trece bandă mai frecvent utilizată decât filtrul în X este cel cu structura în T (fig. 79). Analiza acestuia se poate realiza, de asemenea, prin diagrame poli-zero-uri.

Filtre în scară

Filtrele în scară au structura generală din fig. 80. De regulă, impedanțele din laturile longitudinale se notează cu Z_1 iar cele din laturile transversale – cu Z_2 . Din această structură se extrag celulele în T și în Π (fig. 81.a și b) și semicelulele în Γ întors și în Γ (fig. 81.c și d). In cele ce urmează se vor utiliza în mod sistematic notațiile impedanțelor din celule și semicelule din fig. 81.

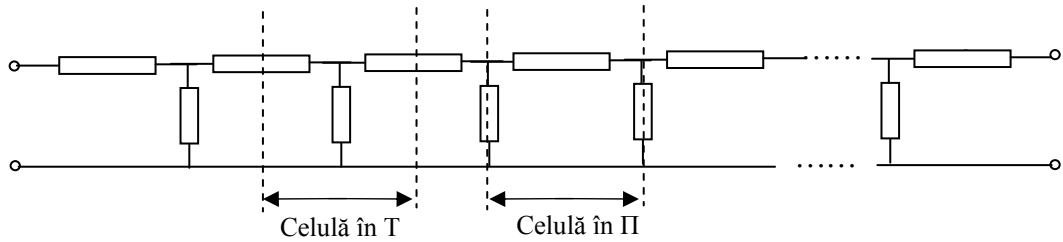


Fig. 80 Filtru în scară

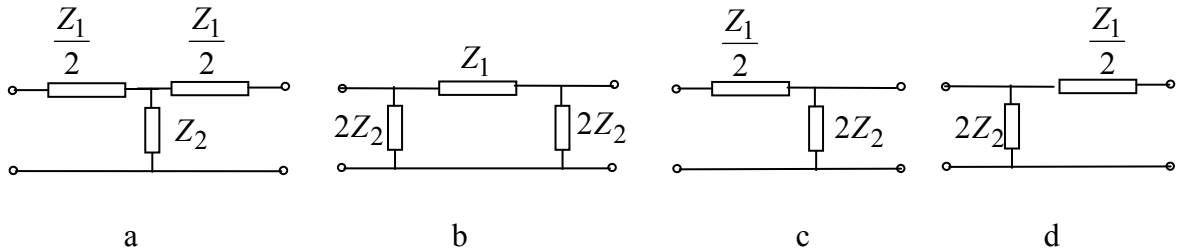


Fig. 81 Celule în T (a), în Π (b); semicelule în Γ întors (c) și în Γ (d)

Filtre de tip k constant

Se vor analiza celulele în T și în Π (fig. 81.a și b), în care **impedanțele Z_1 și Z_2 sunt inverse în raport cu rezistența R** (considerată rezistență nominală). Pentru ambele tipuri de celule, exponentul de transfer pe imagini este dată de expresia (v. rel (172), curs 16)

$$\operatorname{sh}\left(\frac{g}{2}\right) = \sqrt{\frac{Z_1}{4Z_2}} \quad (128)$$

Tinând cont că $Z_1.Z_2 = R^2 = k - \text{const.}$, rezultă

$$\frac{Z_1}{4Z_2} = \frac{Z_1^2}{4R^2} = -\frac{1}{4} \frac{X_1^2}{R^2} = -x^2 \quad (129)$$

unde,

$$x = \frac{1}{2} \frac{X_1}{R} \quad (130)$$

Se observă că mărimea $Z_1/(4Z_2)$ este întotdeauna reală și negativă.

Utilizând relația

$$\text{ch}g = 1 + 2\text{sh}^2 \frac{g}{2} = 1 - 2x^2 \quad (131)$$

rezultă că $\text{ch}g$ este o mărime reală. Pe de altă parte, din relația

$$\text{ch}g = \text{ch}(a + jb) = \text{cha} \cos b + j \text{sha} \sin b \quad (132)$$

rezultă că $\text{sha} \sin b = 0$. Această relație este satisfăcută dacă:

a) $a = 0$, adică **filtrul lucrează în banda de trecere**. În acest caz, $\text{cha} = 1$ și din relațiile (131) și (132) se obține expresia fazei în banda de trecere:

$$b = \arccos(1 - 2x^2) \quad (133)$$

Pentru ca relația (133) să fie posibilă, este necesar ca

$$-1 \leq x \leq 1 \quad (134)$$

b) $b = \pm\pi$. În acest caz, din relațiile (131) și (132) se obține

$$\text{cha} = 2x^2 - 1 \quad (135)$$

sau

$$a = \arg \text{ch}(2x^2 - 1) \quad (135)$$

iar **filtrul lucrează în banda de blocare**. Pentru ca relația (135) să fie posibilă, având în vedere că $\forall a, \text{cha} \geq 1$, este necesar ca

$$|x| > 1 \text{ adică, } x < -1 \text{ sau } x > 1$$

Observație. Relația $\text{sha} \sin b = 0$ este satisfăcută și atunci când $b = 0$, însă în acest caz, din (131) și (132) rezultă: $\text{cha} = 1 - 2x^2$, ceea ce nu este posibil, pentru că $\forall a, \text{cha} \geq 1$.

În concluzie, pe axa variabilei x vor exista 2 domenii :

- 1) $-1 \leq x \leq 1$, când $a = 0$ și $b = \arccos(1 - 2x^2)$ - care corespunde benzii de trecere ;
- 2) $x < -1$ și $x > 1$, când $a = \arg \text{ch}(2x^2 - 1)$ și $b = \pm\pi$ - care corespunde benzii de blocare.

Caracteristicile universale de atenuare și de defazaj ale filtrului k – constant, definite în raport cu variabila x , sunt date în fig. 82.a.

Impedanțele caracteristice ale celulelor în T și în Π sunt date de relațiile (171) și, respectiv (173) din cursul 16. Ținând cont că $Z_1 Z_2 = R^2$ și utilizând relația (129), rezultă

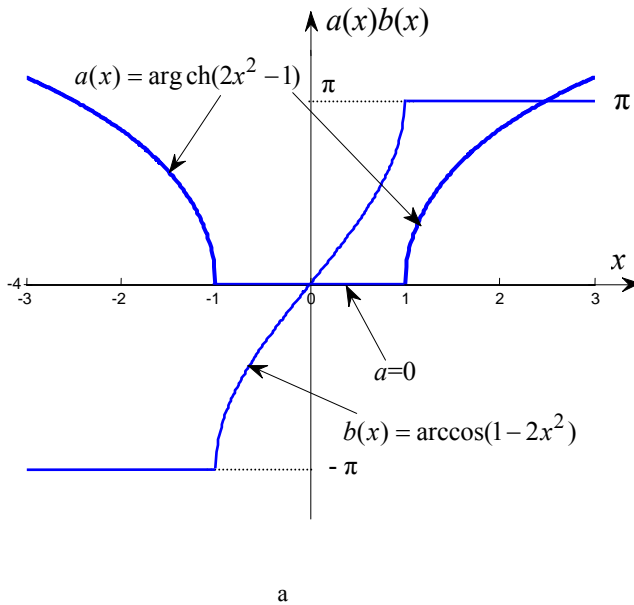
$$Z_{cT} = \sqrt{Z_1 Z_2} \sqrt{1 + \frac{Z_1}{4Z_2}} = R \sqrt{1 - x^2} \quad (136)$$

$$Z_{cP} = \sqrt{Z_1 Z_2} / \sqrt{1 + \frac{Z_1}{4Z_2}} = \frac{R}{\sqrt{1 - x^2}} \quad (137)$$

Caracteristicile universale de impedanță ale celulelor în T și în Π , pentru filtrul k constant, sunt date în fig. 82.b. În banda de trecere, rezistențele caracteristice ale celulelor

în T și în Π , R_{cT} , $R_{c\Pi}$, sunt reprezentate cu linie plină, iar în banda de blocare, reactanțele X_{cT} și $X_{c\Pi}$ sunt reprezentate cu linie întreruptă.

Caracteristicile universale de atenuare și de fază ale filtrului k const.



Curbele universale de variație a impedanțelor filtrelor k const.

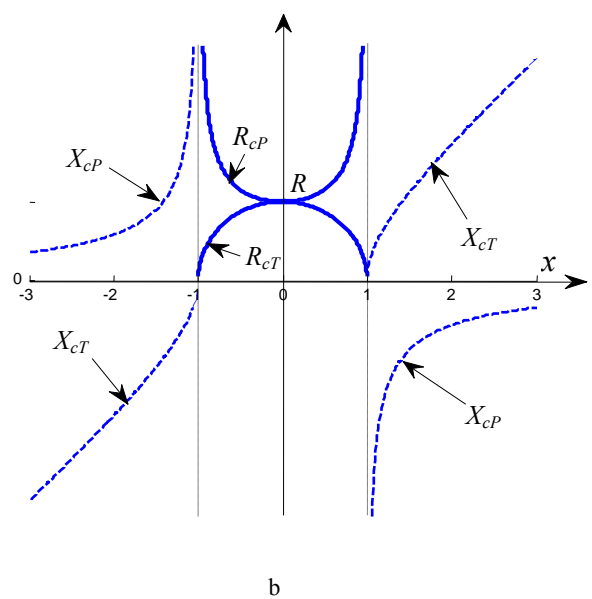


Fig. 82 Curbele universale de variație a atenuării și defazajului (a) și ale impedanțelor (b) filtrului k - constant

Se observă că, în banda de trecere, impedanța caracteristică variază foarte mult, față de rezistența nominală. Dacă la porțile de ieșire ale filtrului se conectează rezistența nominală R , atunci numai la o singură valoare a lui x (la $x = 0$) există adaptare. Neadaptarea crește cu atât mai mult, cu cât x se apropie de limita benzii de trecere și, în consecință, va crește și atenuarea compusă, datorită neadaptării. Aceasta este o sursă importantă de distorsiuni de frecvență, la trecerea semnalului prin filtru.

Filtrul trece jos

Se adoptă $Z_1 = j\omega L_1$ și $Z_2 = \frac{1}{j\omega C_2}$, astfel încât $Z_1 Z_2 = \frac{L_1}{C_2} = R^2$. Schemele celulelor în T și în Π ale FTJ sunt date în fig. 83.

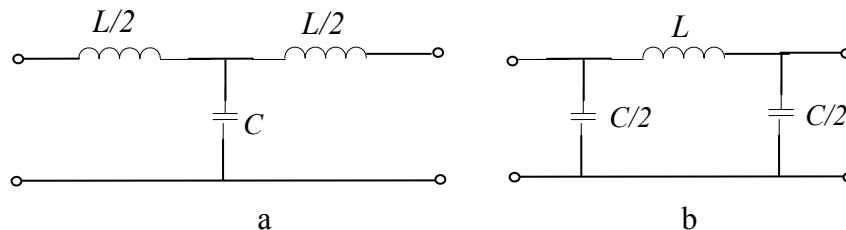


Fig.83 FTJ de tip k constant; celula în T (a) și celula în Π (b)

Variabila x este

$$x = \frac{\omega L_1}{2R}$$

Deoarece x nu poate avea valori negative, banda de trecere este definită de domeniul $[0, 1]$, frecvența de tăiere rezultând din condiția $x = 1$:

$$\omega_t = \frac{2R}{L_1} = \frac{2}{L_1} \sqrt{\frac{L_1}{C_1}} = \frac{2}{\sqrt{L_1 C_1}} \quad (138)$$

În fig 84.a și b sunt date caracteristicile de atenuare și defazaj, respectiv caracteristicile de

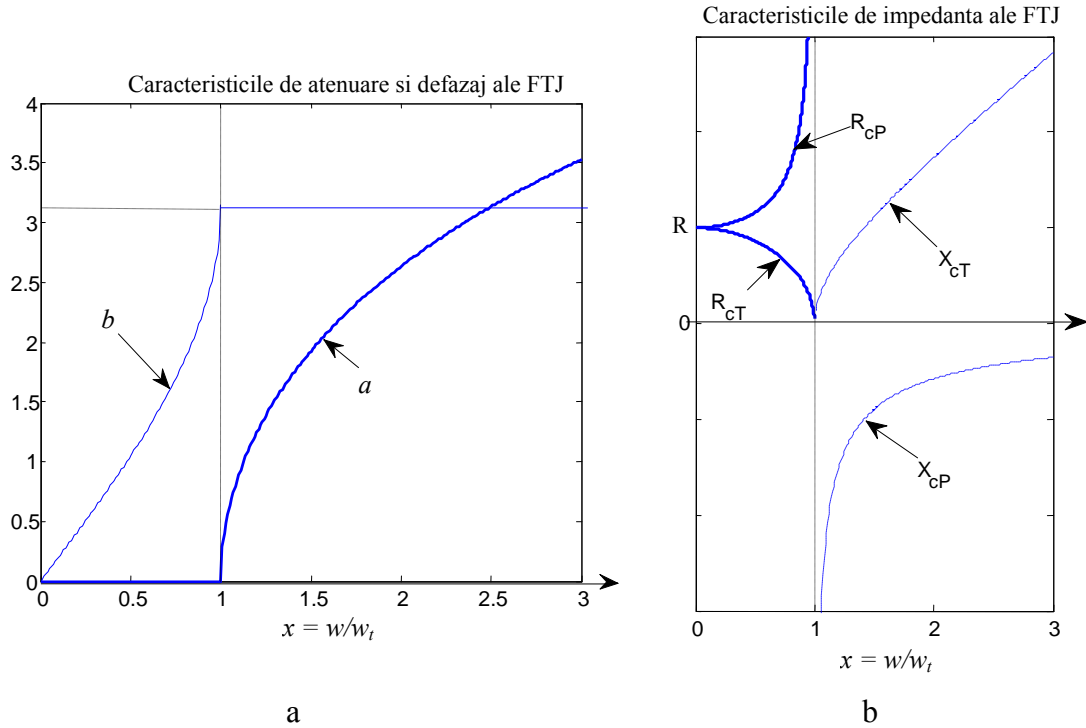


Fig. 84 Caracteristicile de amplificare și defazaj (a) și de impedanță ale FTJ

impedanță ale FTJ.

Pentru deducerea celorlalte tipuri de filtre – FTS, FTB și FOB – se utilizează **metoda transformării de frecvență**. Se pornește de la un **FTJ normat** calculat pentru o pulsație de tăiere $\omega_{t0} = 1$, având parametrii

$$L_0 = \frac{2R}{\omega_{t0}}; \quad C_0 = \frac{2}{\omega_{t0}R} \quad (139)$$

În continuare, fiecare tip de filtru se deduce pornind de la FTJ normat, prin intermediul unei transformări de frecvență specifice.

Filtrul trece sus utilizează transformarea de frecvență

$$\omega \rightarrow -\frac{\omega_t \omega_{t0}}{\omega} = -\frac{\omega_t}{\omega} \quad (\omega_{t0} = 1) \quad (140)$$

Prin această transformare de frecvență, reactanța inductivă din latura longitudinală, ωL_0 , se transformă într-o reactanță capacitivă :

$$\omega L_0 \rightarrow -\frac{\omega_t L_0}{\omega} = -\frac{1}{C_1 \omega}, \text{ unde } C_1 = \frac{1}{\omega_t L_0} \quad (141)$$

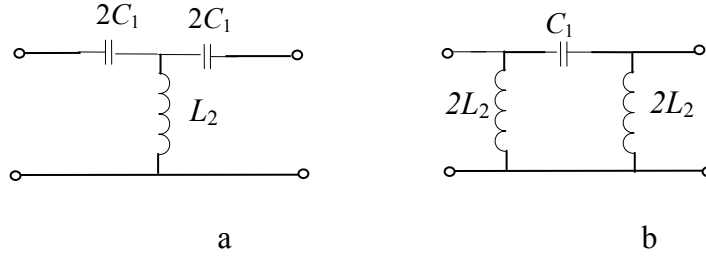


Fig.85 FTS de tip k constant; celula în T (a) și celula în Π (b)

iar reactanța capacitivă din latura transversală se transformă într-o reactanță inductivă :

$$-\frac{1}{\omega C_0} \rightarrow \frac{\omega}{\omega_t C_0} = L_2 \omega, \text{ unde } L_2 = \frac{1}{\omega_t C_0} \quad (142)$$

Celulele în T și în Π ale filtrului sunt date în fig. 85. Caracteristicile parametrilor pe imagini se obțin din relațiile generale ale filtrului k constant, considerând însă pulsația ω înlocuită cu $-\omega_t / \omega$, conform relației (140) a transformării de frecvență. Aceste caracteristici sunt prezentate în fig. 86.a, pentru atenuare și defazaj, și în fig. 86.b, pentru impedențele pe imagini.

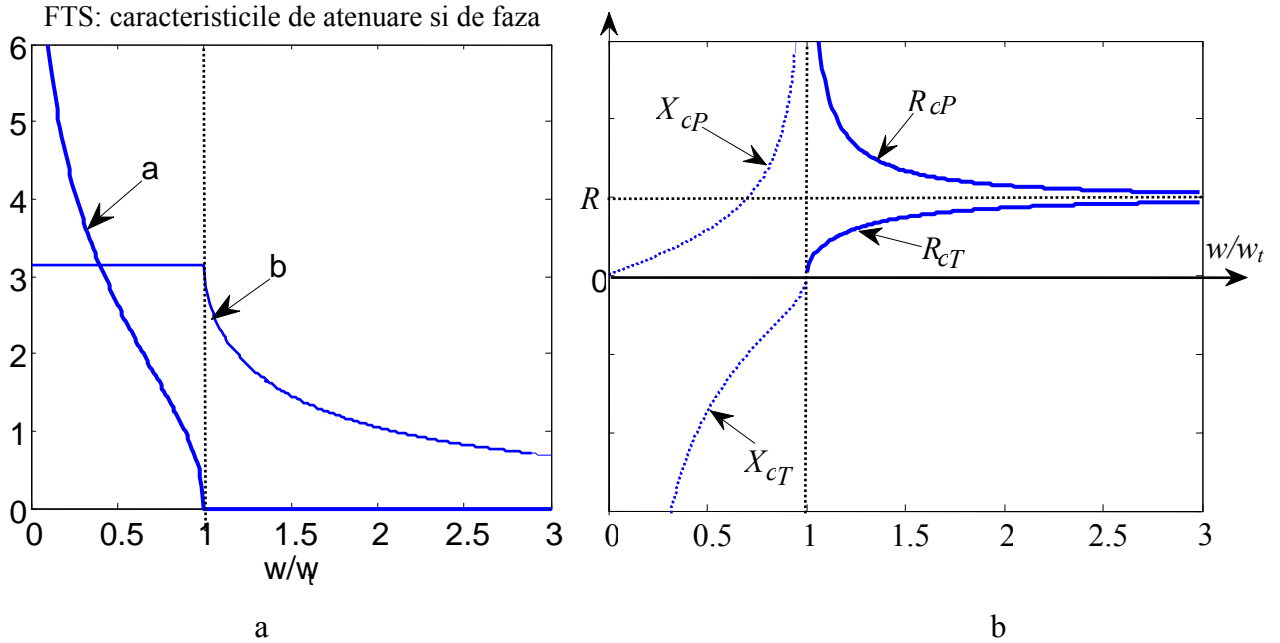


Fig. 86 FTS: caracteristicile de atenuare și defazaj pe imagini (a) și caracteristicile impedențelor pe imagini (b)

Filtrul trece bandă utilizează transformarea de frecvență

$$\omega \rightarrow \left(\frac{\omega}{\omega_r} - \frac{\omega_r}{\omega} \right) k_0 \omega_{t0} \quad (\omega_{t0} = 1) \quad (143)$$

Se pune condiția ca banda de frecvențe $[-1, +1]$, în raport cu frecvența normală $x = \omega / \omega_{t0}$, să se transforme în banda de frecvențe $[\omega_{t1}, \omega_{t2}]$ a FTB, unde ω_{t1} și ω_{t2} sunt frecvențele joasă, respectiv înaltă de tăiere ale filtrului. Ținând cont că $\omega_{t0} = 0$, rezultă următoarele transformări ale frecvențelor de tăiere :

- la limita inferioară a benzii de trecere, pulsația de tăiere normală $\omega / \omega_{t0} = \omega = -1$ corespunde pulsației de tăiere ω_{t1} și, prin transformarea (143), rezultă

$$\left(\frac{\omega_{t1}}{\omega_r} - \frac{\omega_r}{\omega_{t1}} \right) k_0 = -1 \quad (144)$$

- la limita superioară a benzii de trecere, pulsația de tăiere normală $\omega / \omega_{t0} = \omega = +1$ corespunde pulsației de tăiere ω_{t2} și, prin transformarea (143), rezultă

$$\left(\frac{\omega_{t2}}{\omega_r} - \frac{\omega_r}{\omega_{t2}} \right) k_0 = +1 \quad (145)$$

- la pulsația de tăiere normală $\omega / \omega_{t0} = \omega = 0$, prin transformarea (143) corespunde pulsația $\omega = \omega_r$.

Intrucât ω_{t1} și ω_{t2} sunt date, prin rezolvarea sistemului de ecuații (144) și (145) în raport cu k_0 și ω_r , rezultă :

$$\omega_r^2 = \omega_{t1}\omega_{t2} ; \quad k_0 = \frac{\omega_r}{\omega_{t2} - \omega_{t1}} \quad (146)$$

Inlocuind k_0 din (146) în (143), reactanța ωL_0 conectată în laturile longitudinale ale FTJ normal se transformă astfel:

$$\omega L_0 \rightarrow \left(\frac{\omega}{\omega_r} - \frac{\omega_r}{\omega} \right) \frac{\omega_r}{\omega_{t2} - \omega_{t1}} L_0 = \omega L_1 - \frac{1}{\omega C_1} \quad (147)$$

iar admitanța ωC_0 din latura transversală a FTJ normal se transformă astfel :

$$\omega C_0 \rightarrow \left(\frac{\omega}{\omega_r} - \frac{\omega_r}{\omega} \right) \frac{\omega_r}{\omega_{t2} - \omega_{t1}} C_0 = \omega C_2 - \frac{1}{\omega L_2} \quad (148)$$

Ținând cont de (147) și (148), precum și de (139), parametrii L_1 , C_1 , L_2 și C_2 sunt:

$$L_1 = \frac{L_0}{\omega_{t2} - \omega_{t1}} = \frac{2R}{\omega_{t2} - \omega_{t1}} ; \quad C_1 = \frac{\omega_{t2} - \omega_{t1}}{\omega_r^2 L_0} = \frac{\omega_{t2} - \omega_{t1}}{2R\omega_{t1}\omega_{t2}} \quad (149)$$

$$L_2 = \frac{\omega_{t2} - \omega_{t1}}{\omega_r^2 C_0} = \frac{(\omega_{t2} - \omega_{t1})R}{2\omega_{t1}\omega_{t2}} ; \quad C_2 = \frac{C_0}{\omega_{t2} - \omega_{t1}} = \frac{2}{R(\omega_{t2} - \omega_{t1})} \quad (150)$$

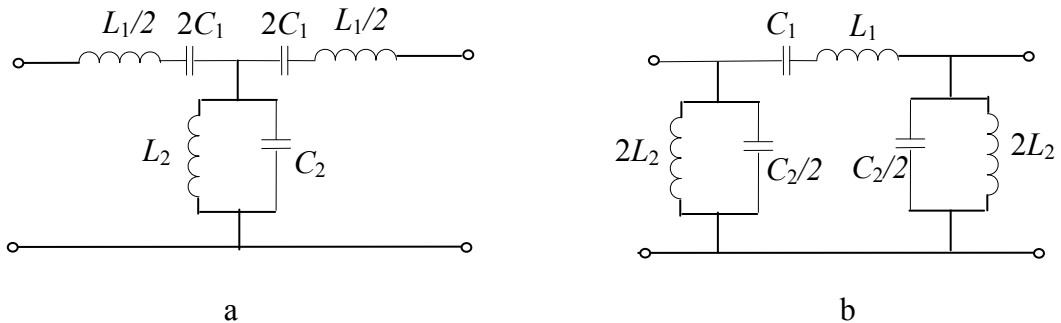


Fig.87 FTB de tip k constant; celula în T (a) și celula în Π (b)

Schemele celulelor în T și în Π ale FTB sunt date în fig. 87.a, respectiv 87.b. Caracteristicile parametrilor pe imagini se obțin din relațiile generale ale filtrului k constant, considerând însă pulsația ω înlocuită cu $(\omega/\omega_r - \omega_r/\omega)k_0$, conform relației (143) a transformării de frecvență. Aceste caracteristici sunt prezentate în fig. 88.a, pentru

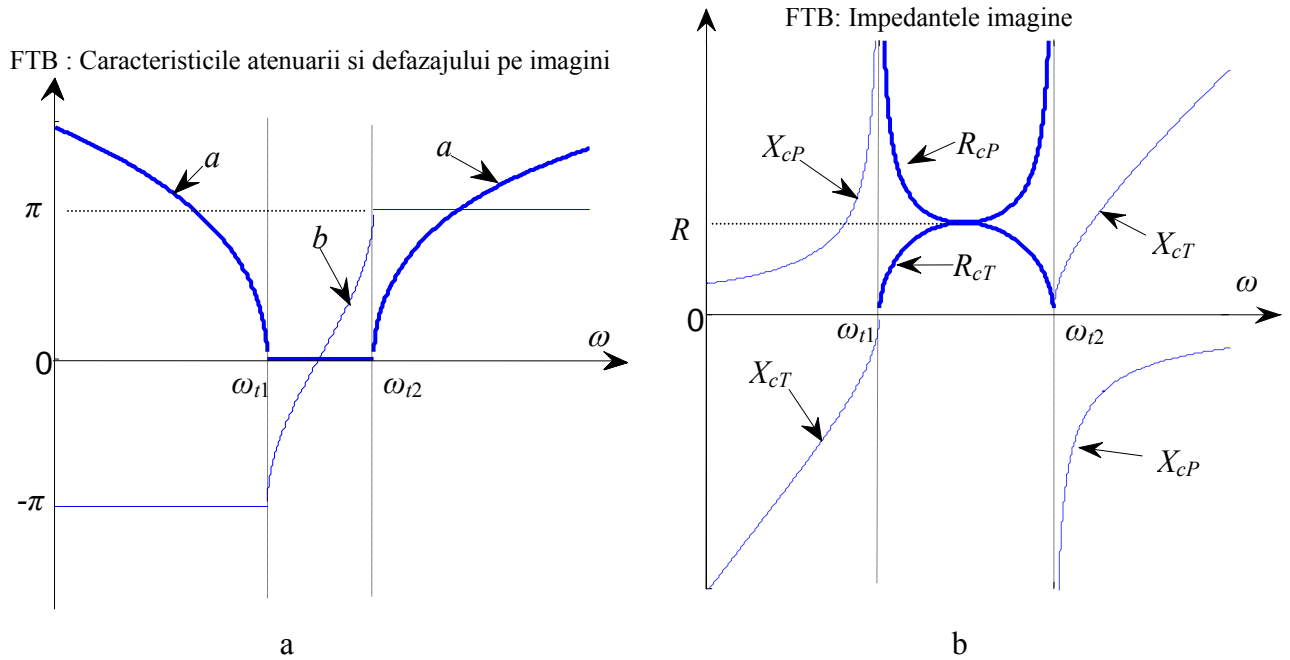


Fig. 88 Caracteristicile atenuării și defazajului pe imagini (a) și impedanțele imagine (b) la FTB

atenuare și defazaj, și în fig. 88.b, pentru impedanțele pe imagini.

In concluzie, filtrele de tip k constant **au avantajul că atenuarea pe imagini crește monoton spre infinit**, atunci când pulsația se deplasează în profunzimea zonei de blocare. În același timp, ele prezintă două dezavantaje importante :

1. **panta** caracteristicii de atenuare în zona de blocare, **din vecinătatea pulsației de tăiere**, este mică. Un filtru trebuie să aibă o valoare foarte mare a acestei pante, pentru decelarea corectă (netă) a benzii de frecvență de interes;

2. rezistența caracteristică la porți are variații foarte mari cu frecvența. Ideal, ar trebui ca rezistența caracteristică să fie constantă, la valoarea nominală R , **în toată banda de trecere a filtrului**, astfel încât să nu existe atenuări de neadaptare la porți. În realitate, dacă se examinează oricare tip de filtru, se constată că egalitatea $R_c(\omega) = R$ are loc la o singură frecvență și, mai mult, $R_c(\omega)$ se poate abate foarte mult de la valoarea nominală R , rezultând atenuări de neadaptare cu atât mai mari, cu cât $R_c(\omega)$ și R sunt mai diferite. Dacă se consideră, de exemplu, un FTB, la care caracteristicile $R_c(\omega)$ pentru celulele în T și în Π sunt date în fig. 88.b, se observă că $R_c(\omega) = R$ are loc în zona mediană a benzii (la $\omega = \omega_r$), când atenuarea compusă este egală cu atenuarea pe imagini ($a_c = a$). Pe măsură ce ω se abate de la ω_r , în sensul scăderii sau al creșterii, neadaptarea la porți

crește, deci va crește și atenuarea compusă. Banda de trecere $[\omega_{t1}, \omega_{t2}]$ a FTB va fi afectată de o caracteristică de atenuare crescătoare înspre frecvențele de tăiere, cu consecința distorsionării semnalului selectat.

În următoarele 2 secțiuni se vor prezenta soluțiile pentru diminuarea dezavantajelor menționate.

Filtre derivate de tip m

Scopul urmărit prin realizarea acestor filtre este creșterea sensibilă a pantei caracteristicii de atenuare, în apropierea frecvenței de tăiere. Fie un filtru k constant, sub forma unei celule în T (fig. 89.a). Din acest filtru se obține un **filtru derivat (modificat)**, procedând în felul următor :

- impedanțele Z_1 și Z_2 ale filtrului k constant se modifică și devin Z_{1m} și Z_{2m} , unde

$$Z_{1m} = mZ_1$$

m se numește **coeficient de derivare**. Parametrul m este pozitiv și subunitar;

- se pune condiția ca impedanțele caracteristice ale filtrului k constant și filtrului derivat să fie egale (prin derivare, impedanța caracteristică a filtrului nu se modifică). Având în vedere expresia impedanței caracteristice a celulei în T,

$$Z_{cT} = \sqrt{Z_1 Z_2} \sqrt{1 + \frac{Z_1}{4Z_2}} = \sqrt{Z_1 Z_2 + \frac{Z_1^2}{4}} \quad (151)$$

această condiție se scrie:

$$Z_1 Z_2 + \frac{Z_1^2}{4} = Z_{1m} Z_{2m} + \frac{Z_{1m}^2}{4} = mZ_1 Z_{2m} + \frac{m^2 Z_1^2}{4} \quad (152)$$

de unde se deduce expresia impedanței Z_{2m} de pe latura transversală a filtrului :

$$Z_{2m} = \frac{Z_2}{m} + \frac{1-m^2}{4m} Z_1 \quad (153)$$

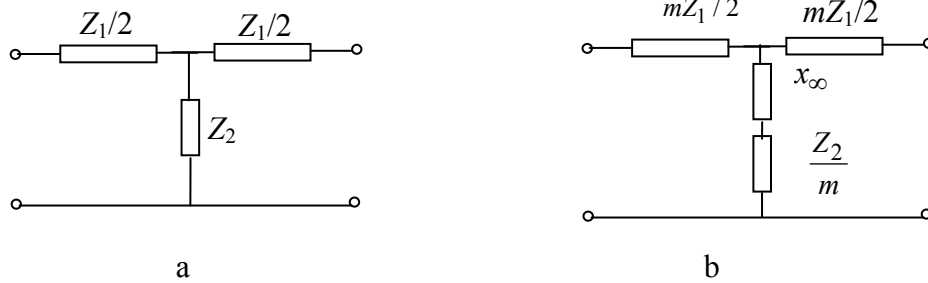


Fig. 89 Celula în T pentru filtrul k constant (a) și pentru filtrul derivat m (b)

Pentru exemplificarea principiului de funcționare, vom presupune cazul FTJ, în care $Z_1 = jX_1 = j\omega L_1$ și $Z_2 = jX_2 = -j/\omega C_2$. Prin derivare (v. fig. 89.b), în latura transversală a filtrului, alături de reactanța capacitivă X_2/m , apare în serie reactanța inductivă $(1-m^2)X_1/4m$. Frecvența de rezonanță serie din această latură este un zero de transmisie al filtrului, la care transferul intrare – ieșire încetează și atenuarea filtrului este infinită. În fig. 90 se prezintă caracteristica atenuării pe imagini, în funcție de pulsația

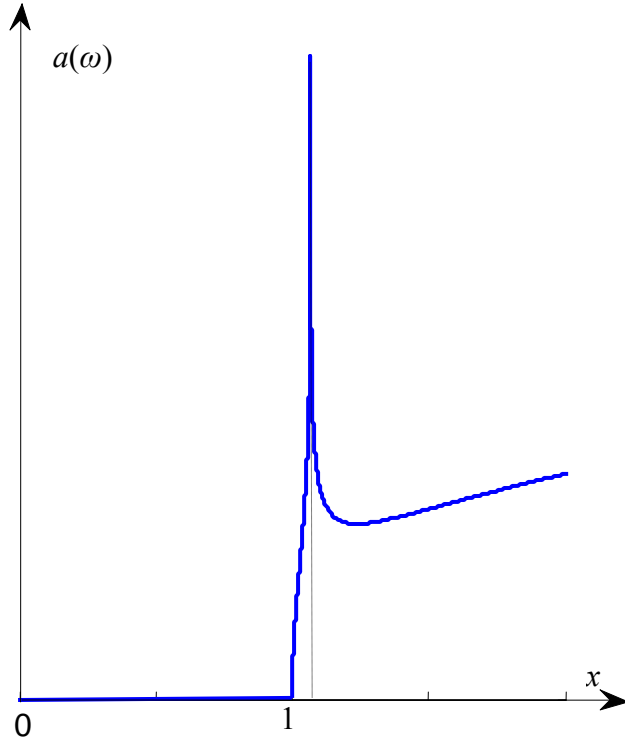


Fig. 90. Caracteristica de amplificare a unui FTJ derivat m

raportată $x = \omega / \omega_t$. Pulației de rezonanță serie îi corespunde pulsația raportată x la care impedanța din latura transversală se anulează, adică :

$$\frac{1-m^2}{4m} Z_1 + \frac{Z_2}{m} = 0 \quad (154)$$

sau

$$\frac{Z_1}{4Z_2} = \frac{1}{1-m^2}$$

Dar $Z_1 / 4Z_2 = -x^2$ (v. rel. (129)), deci:

$$x_\infty = \frac{1}{\sqrt{1-m^2}} \quad (155)$$

Din fig. 90 se observă că panta caracteristicii de atenuare din vecinătatea frecvenței de tăiere este cu atât mai mare, cu cât x_∞ este mai apropiat de unitate, adică parametrul m este mai mic.

Totuși, din condiții practice de realizabilitate, valoarea minimă realizabilă a parametrului m este 0.3.

Pentru o celulă în Π de filtru k constant (fig. 91.a), derivarea (modificarea) se face în mod similar, fiind ilustrată în fig. 91.b. Pentru exemplificarea funcționării, considerăm cazul unui FTJ. Admitanța Y_1 are caracter inductiv, iar Y_2 – are caracter capacitiv. Prin

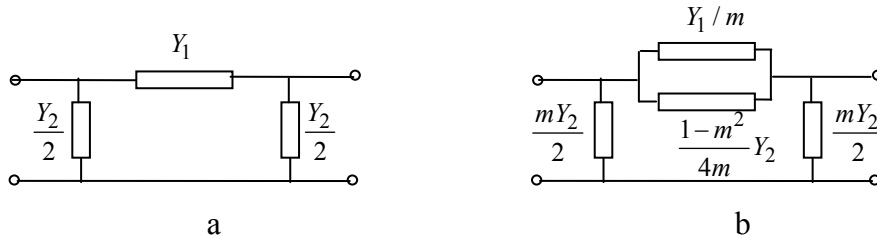


Fig. 91 Celula în Π pentru filtrul k constant (a) și pentru filtrul derivat m (b)

derivare, se transferă admitanța cu caracter capacitiv $(1-m^2)Y_2 / 4m$ în paralel cu admitanța inductivă Y_1 / m . Frecvența de rezonanță a acestui circuit derivație este un zero de transmisie pentru filtru, la care se obține $a(x_\infty) = \infty$.

Pentru $x > x_\infty$, atenuarea filtrelor derivate de tip m este cu atât mai redusă, cu cât m este mai mic. Se poate demonstra că atunci când frecvența tinde spre ∞ , atenuarea tinde spre valoarea

$$a_\infty = \ln \frac{1+m}{1-m} \quad (156)$$

Deci, o celulă de filtru derivat de tip m poate asigura o pantă mare a atenuării în zona frecvenței de tăiere, dar nu poate asigura o atenuare mare în profunzimea zonei de blocare.

Secțiuni terminale de filtre derivate de tip m

În cele ce urmează se analizează modul în care se poate diminua cel de al doilea dezavantaj al filtrelor de tip k constant : variația foarte mare cu frecvența a rezistenței caracteristice la porți, în banda de trecere.

Dacă un filtru este format din mai multe celule conectate în cascadă, atunci la secțiunile terminale, impedanța imagine trebuie să fie rezistivă și cât mai apropiată de rezistența nominală R . Pentru atingerea acestui deziderat, se bisectează celulele în T sau în Π și se utilizează semicelulele respective ca secțiuni terminale ale filtrului compus din mai multe celule conectate în lanț. În fig. 92 se prezintă bisectarea unei celule în T de filtru derivat de tip m . Semicelulele cu porțile $11'$ - aa' și $22'$ - aa' se utilizează ca secțiuni terminale ale lanțului de celule în T, astfel încât bornele aa' ale celor două semicelule să fie utilizate ca porți ale întregului ansamblu (v. fig. 92). Impedanțele văzute la cele două porți sunt egale cu impedanța imagine la bornele aa' , notată cu $Z_{0\Pi m}$. În interiorul lanțului există adaptare între elementele conectate în cascadă, prin impedanța caracteristică Z_{cT} de la bornele tuturor elementelor interconectate. Deci, se pune problema ca la cele două porți terminale, impedanța imagine, $Z_{0\Pi m}$, care are caracter rezistiv, să fie cât mai apropiată de valoarea nominală $R = \text{const}$.

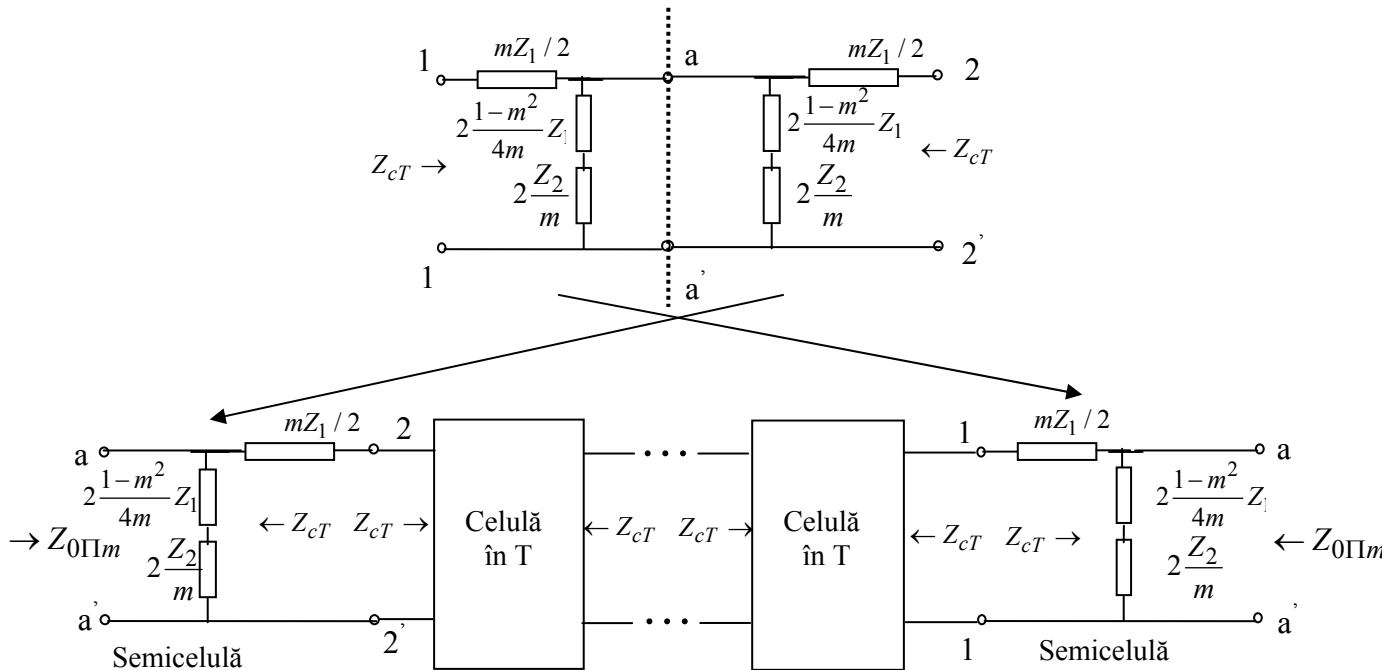


Fig. 92 Semicelule terminale provenind de la o celulă în T conectate la un lanț de celule în T

Impedanța imagine a semicelulei este

$$Z_{0\Pi m} = \sqrt{Z_{1m}Z_{2m}} / \sqrt{1 + \frac{Z_{1m}}{4Z_{2m}}} \quad (157)$$

Dar

$$\frac{Z_{1m}}{4Z_{2m}} = \frac{mZ_1}{4\left(\frac{1-m^2}{4m}Z_1 + \frac{Z_2}{m}\right)} = \frac{m^2Z_1^2}{Z_1(1-m^2)+4Z_2} = \frac{m^2Z_1}{4Z_2} \cdot \frac{1}{(1-m^2)\frac{Z_1}{4Z_2}+1} = -\frac{m^2x^2}{1-(1-m^2)x^2} \quad (158)$$

și

$$\sqrt{Z_{1m}Z_{2m}} = \sqrt{mZ_1\left(\frac{1-m^2}{4m}Z_1 + \frac{Z_2}{m}\right)} = \sqrt{(1-m^2)\frac{Z_1^2}{4R^2} + R^2} = R\sqrt{1-(1-m^2)x^2} \quad (159)$$

iar relația (157) devine:

$$\frac{Z_{0\Pi m}}{R} = \frac{1-(1-m^2)x^2}{\sqrt{1-x^2}} \quad (160)$$

În mod similar, o celulă în Π de filtru derivat de tip m se bisectează ca în fig. 93. Semicelulele rezultate se utilizează ca secțiuni terminale ale unui lanț de celule în Π , utilizând bornele aa' ca porți întregului lanț (v. fig. 93). La porțile întregului ansamblu, impedanța imagine este Z_{0Tm} , care are caracter rezistiv și trebuie să fie cât mai apropiată de valoarea nominală $R=\text{const.}$

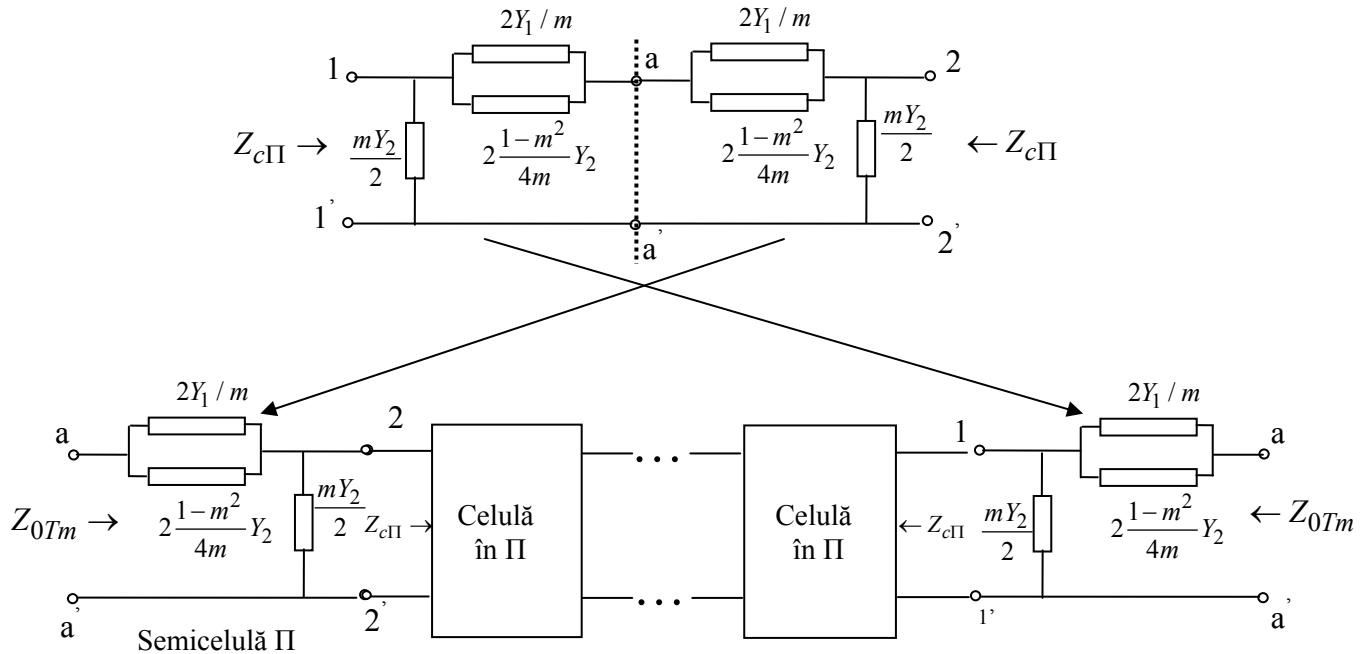


Fig. 93 Semicelule terminale provenind de la o celulă în Π conectate la un lanț de celule în Π

Impedanța imagine Z_{0Tm} este

$$Z_{0\Pi m} = \sqrt{Z_{1m}Z_{2m}} \sqrt{1 + \frac{Z_{1m}}{4Z_{2m}}} \quad (161)$$

Utilizând relațiile (158) și (159) în (161), se obține

$$\frac{Z_{0Tm}}{R} = \frac{\sqrt{1-x^2}}{1-(1-m^2)x^2} \quad (162)$$

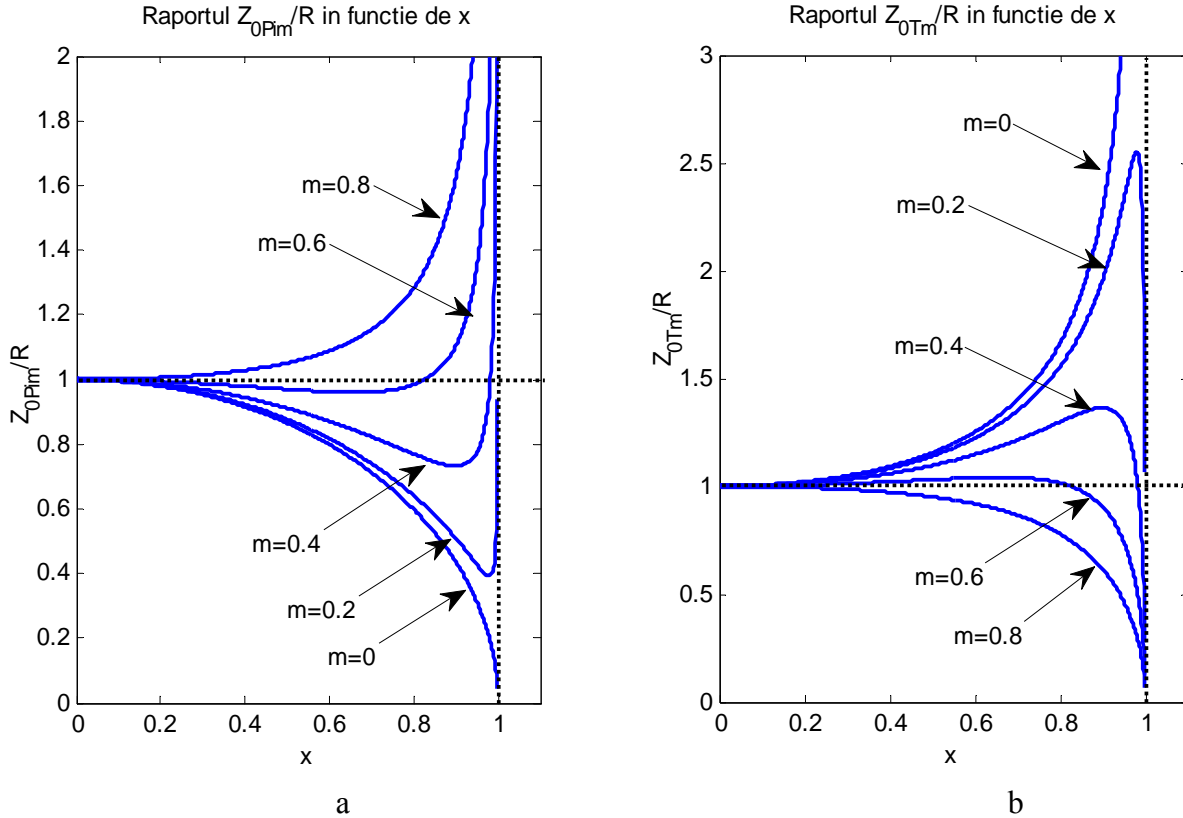


Fig. 94. Variația în funcție de x a raportului $Z_{0\Pi m}/R$ (a) și a raportului Z_{0Tm}/R (b)

Dependențele în funcție de x a rapoartelor $Z_{0\Pi m}/R$ și Z_{0Tm}/R , pentru diferite valori ale parametrului m , sunt date în fig. 94.a și 94.b. Se observă că există o valoare a parametrului m la care rapoartele menționate sunt apropiate de valoarea unitară. Această valoare, considerată optimă, este $m=0.6$. În acest caz, abaterea rapoartelor menționate față de valoarea unitară se păstrează în limitele de $\pm 4\%$, atunci când frecvența raportată x variază de la zero până la $x=0.87$. Aceasta înseamnă că în întreg acest domeniu din banda de trecere, neadaptarea este neglijabilă, în schimb va exista o atenuare de neadaptare la capătul benzii de trecere, pentru x cuprins între 0.87 și 1.

Structura unui filtru pasiv LC

Un filtru pasiv LC este format din mai multe celule derivate de tip m , adaptate pe imagini. Pentru ca filtrul să aibă performanțe acceptabile pentru aplicațiile practice, el trebuie să conțină :

1. o celulă derivată de tip m , pentru $m = 0.3$. Această celulă realizează o *pantă mare a caracteristicii de atenuare, în vecinătatea frecvenței de tăiere* ;

2. două semicelule de filtru derivat de tip m , utilizate ca secțiuni terminale ale filtrului. *Acestea asigură la porțile întregului filtru o impedanță pe imagini cu caracter rezistiv și cu valoare apropiată de rezistența nominală $R=\text{const.}$;*
3. o celulă cu $m = 1$, care este – de fapt – o celulă de tip $k\text{-const.}$ Aceasta realizează o *caracteristică de atenuare monoton crescătoare în banda de blocare* ;
4. un număr de celule cu diverse valori ale parametrului m , astfel încât suma tuturor atenuărilor celulelor să conducă la o caracteristică de atenuare dorită a întregului filtru.

În fig. 95 este ilustrată caracteristica atenuării totale, a_t , obținută prin celulele cu $m = 0.3$, $m = 0.6$ și $m = 1$ (celule menționate la punctele 1, 2 și 3) și prin celulele cu $m = 0.35$, $m = 0.45$, $m = 0.7$ și $m = 0.8$:

$$a_t = a_{\{m=0.3\}} + a_{\{m=0.6\}} + a_{\{m=1\}} + a_{\{m=0.35\}} + a_{\{m=0.45\}} + a_{\{m=0.7\}} + a_{\{m=0.8\}}$$

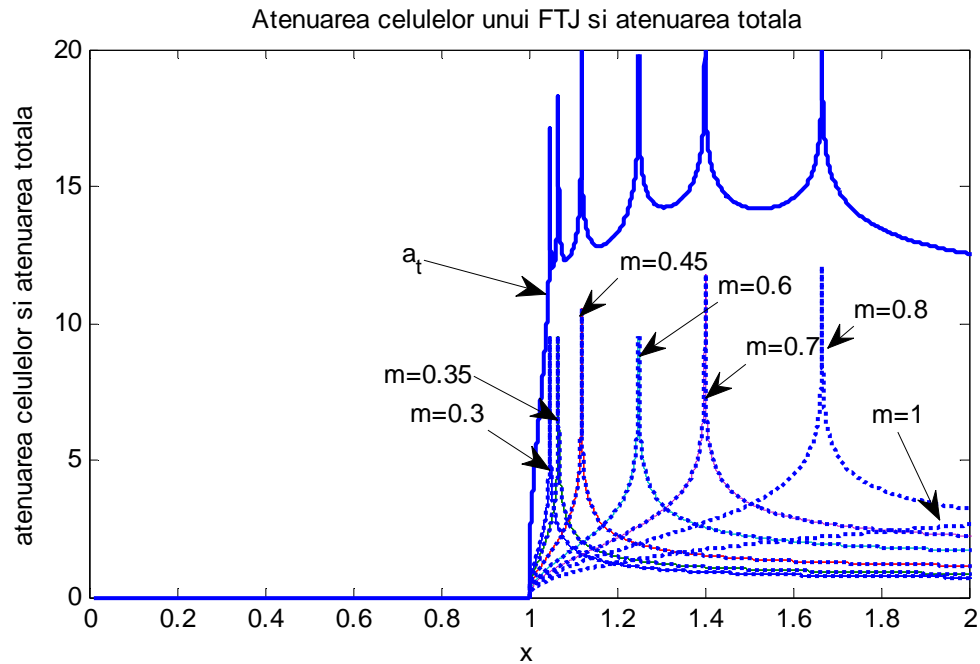


Fig. 95 Caracteristica de frecvență a unui FTJ de tip LC (exemplu)

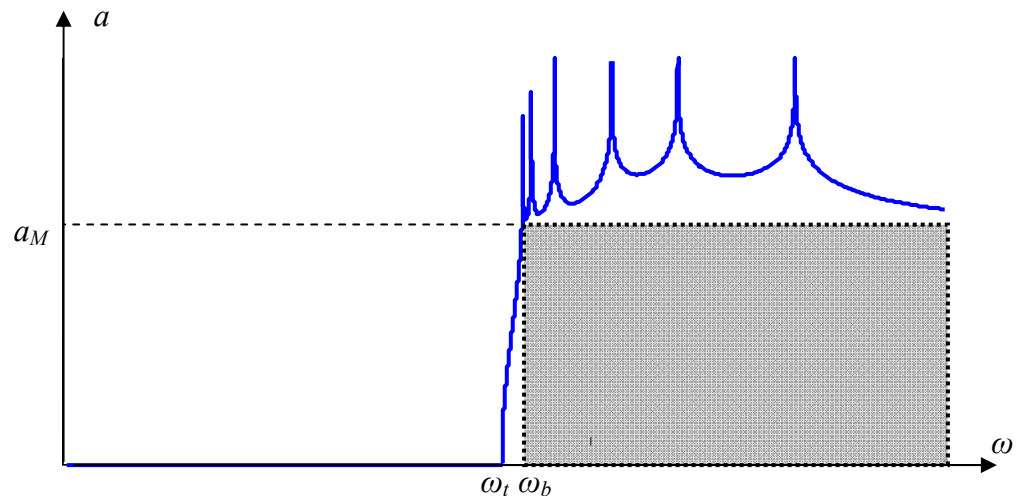


Fig. 96 Gabaritul impuls unui filtru LC (exemplu)

În general, la proiectarea unui filtru se impune un « gabarit » pe care trebuie să-l realizeze caracteristica de atenuare. Această idee este ilustrată în fig. 96 : la o frecvență, notată ω_b , din vecinătatea frecvenței de tăiere, atenuarea trebuie să fie superioară unei valori a_M impuse. Deci, filtrul trebuie astfel proiectat, încât caracteristica $a(\omega)$, având $a(\omega)=0$ pentru $\omega < \omega_t$, să nu interceadă gabaritul impus (înegrit în fig. 96).

3.8.3 Circuite corectoare

Circuitele corectoare pot fi : circuite care corectează o caracteristică de atenuare/amplificare (**corectoare de amplitudine**, numite frecvent și **egalizoare**) sau circuite care corectează o caracteristică de fază (**corectoare de fază**).

3.8.3.1 Circuite corectoare de amplitudine

Din punctul de vedere al caracteristicii de amplitudine, un sistem este considerat **ideal** dacă – în banda de frecvențe care interesează : $\omega \in [\omega_1, \omega_2]$ – atenuarea sau amplificarea sunt constante, adică :

$$a_s(\omega) = a_0 = \text{const.}, \quad \omega \in [\omega_1, \omega_2] \quad (163)$$

dacă ne referim la atenuare (a_s este atenuarea sistemului), sau

$$A_s = |H(j\omega)| = A_0 = \text{const.}, \quad \omega \in [\omega_1, \omega_2] \quad (164)$$

dacă ne referim la amplificare (A_s este amplificarea sistemului). Deoarece în acest capitol se analizează circuite pasive, în continuare ne vom referi la caracteristica de atenuare.

În general, un sistem care nu are caracteristica de atenuare ideală, se conectează în cascadă cu un circuit corector, având caracteristica $a_c(\omega)$ (fig. 97). Circuitul corector se calculează astfel, încât

caracteristica de atenuare a întregului ansamblu, în banda de frecvențe de interes, $\omega \in [\omega_1, \omega_2]$, să fie ideală, adică

$$a_s(\omega) + a_c(\omega) = a_0 \equiv \text{const.} \quad (165)$$

În fig. 98.a și 98.b sunt ilustrate

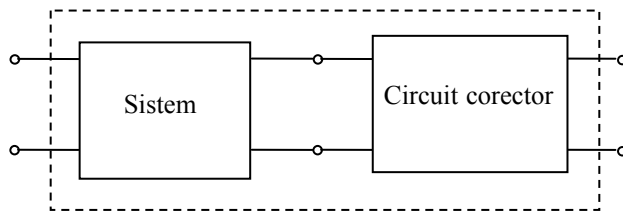
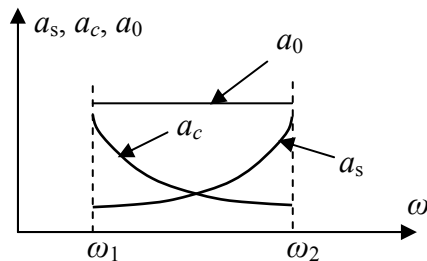
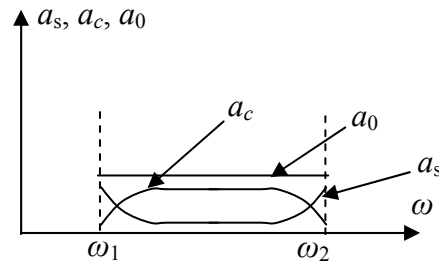


Fig. 97 Conexiunea circuitului corector cu sistemul

două aplicații ale circuitelor corectoare de amplitudine.



a



b

Fig.98 Exemple de corectare a caracteristicii de amplitudine

Caracteristica $a_s(\omega)$ din fig. 98.a ar putea caracteriza un mediu de transmisiune. Corectorul (egalizorul) trebuie să realizeze o caracteristică inversă în raport cu $a_s(\omega)$. Dacă sistemul (mediul de transmisiune) are caracteristica de atenuare variabilă, atunci

egalizorul trebuie să fie adaptiv, adică să aibă capacitatea de a-și modifica permanent caracteristica de frecvență, astfel încât $a_s(\omega) + a_c(\omega) = a_0$.

Caracteristica $a_s(\omega)$ din fig. 98.b este tipică pentru canalele de transmisiune selectate prin filtre de tip trece bandă. Așa cum s-a arătat, impedanța imagine a filtrelor se

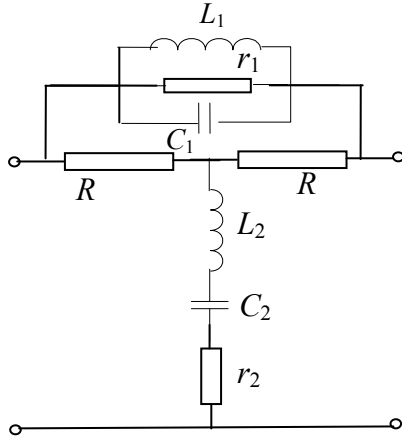


Fig.99 Egalizor pentru filtrele de tip trece bandă

abate de la valoarea nominală și crește progresiv în apropierea frecvențelor de tăiere. În consecință, la capetele benzii de trecere, atenuarea compusă va crește, datorită neadaptării. Pentru eliminarea distorsiunilor de frecvență este necesară compensarea acestei caracteristici de atenuare. În acest scop, se utilizează un atenuator fix (neadaptiv), având – de regulă – schema din fig. 99. Egalizorul este un diport în T podit, având pe latura longitudinală un circuit r-L-C derivație, care prezintă o impedanță mai mare la

latura transversală, egalizorul are un circuit serie r-L-C, care produce un efect de șuntare mai pronunțat la frecvența de rezonanță, situată tot în centrul benzii de trecere a FTB. Efectele cumulate ale celor două circuite rezonante, care sunt puternic amortizate prin rezistențele r_1 și r_2 , determină o atenuare mai mare în zona centrală a benzii de trecere a FTB și o scădere a atenuării pe măsură ce frecvența se depărtează de centrul benzii de trecere.

3.8.3.2 Circuite corectoare de fază

Din punctul de vedere al caracteristicii de fază, un sistem este considerat *ideal* dacă – în banda de frecvențe care interesează: $\omega \in [\omega_1, \omega_2]$ – faza $b(\omega)$ este proporțională cu pulsația ω , adică :

$$b_s(\omega) = t_{g0}\omega, \quad (t_{g0} = \text{const.}); \quad \omega \in [\omega_1, \omega_2] \quad (166)$$

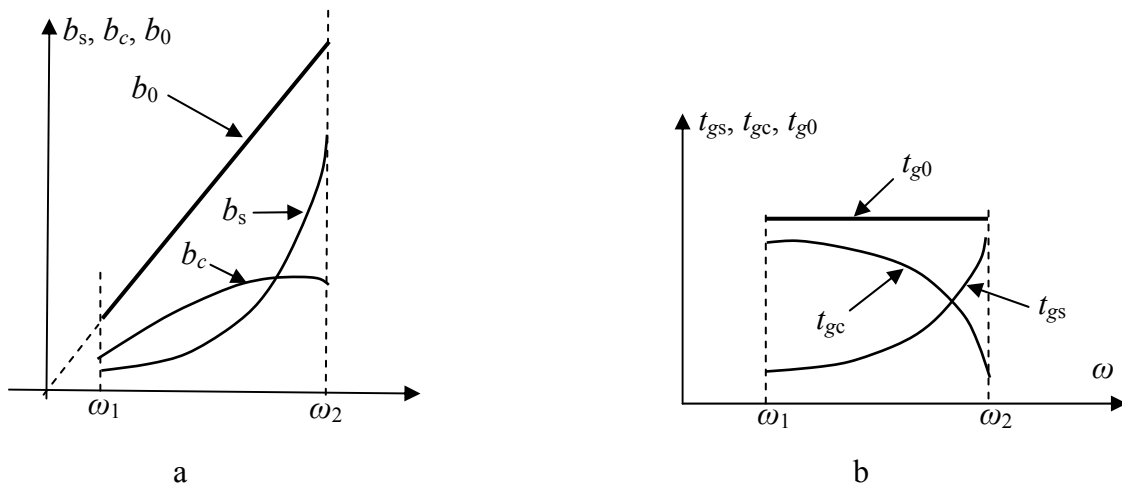


Fig. 100 Principiul corecției de fază (a) și al corecției timpului de propagare de grup (b)

În general, panta caracteristicii de fază a unui sistem, $b_s(\omega)$, nu este constantă, ci crește cu ω (v. fig. 100.a). Faza circuitului corector, $b_c(\omega)$, trebuie astfel aleasă, încât:

$$b_s(\omega) + b_c(\omega) = t_{g0}\omega, \quad (t_{g0} = \text{const.}); \quad \omega \in [\omega_1, \omega_2] \quad (167)$$

Frecvent, în locul caracteristicii de fază se lucrează cu caracteristica timpului de propagare de grup:

$$t_g(\omega) = \frac{db(\omega)}{d\omega} \quad (168)$$

Notând prin $t_{gs}(\omega)$ și $t_{gc}(\omega)$ caracteristicile timpului de propagare de grup ale sistemului, respectiv circuitului corector, se impune condiția (v. fig. 100.b):

$$t_{gs}(\omega) + t_{gc}(\omega) = t_{g0} \equiv \text{const.}; \quad \omega \in [\omega_1, \omega_2] \quad (169)$$

Circuitele corectoare de fază trebuie să îndeplinească 3 condiții:

- 1) să realizeze o caracteristică de fază, $b_c(\omega)$, astfel încât să fie îndeplinită condiția (167) (și, implicit, condiția (169));
- 2) să nu introducă distorsiuni de atenuare. De fapt, această condiție constă în aceea că circuitul corector să fie un „filtru trece-tot” (FTT), care are amplificarea unitară la toate frecvențele;
- 3) să lucreze adaptat, atunci când circuitul este terminat la porți printr-o rezistență nominală.

Condițiile 2) și 3) sunt îndeplinite dacă circuitul corector este un diport în X, în care impedanțele Z_a și Z_b sunt inverse în raport cu rezistența nominală R :

$$Z_a Z_b = R^2 \quad (170)$$

În acest caz, impedanța caracteristică a circuitului este (v. rel. (176), curs 16):

$$Z_c = \sqrt{Z_a Z_b} = R \quad (171)$$

deci, condiția 3) este îndeplinită. Exponentul de transfer pe imagini rezultă din relația (v. rel. (176), curs 16):

$$\text{th} \frac{g}{2} = \sqrt{\frac{Z_a}{Z_b}} = \sqrt{\frac{X_a}{X_b}} \quad (172)$$

Având în vedere relația (170), se obține

$$\text{th} \frac{(a + jb)}{2} = j \frac{X_a}{R} \quad (173)$$

ceea ce înseamnă că $a = 0$, adică circuitul se comportă ca un FTT. Defazajul este

$$b(\omega) = 2 \arctg \frac{X_a(\omega)}{R} \quad (174)$$

iar caracteristica timpului de propagare de grup este

$$t_g(\omega) = \frac{2}{R} \frac{1}{1 + (X_a/R)^2} \frac{dX_a(\omega)}{d\omega} \quad (175)$$

Celule elementare de corectoare de fază (FTT)

Celula FFT de ordinul 1.

Se adoptă $X_a(\omega) = \omega L_a$ și rezultă din (174):

$$b(\omega) = 2 \arctg \frac{\omega L_a}{R}; \quad t_g(\omega) = 2 \frac{L_a}{R} \frac{1}{1 + (\omega L_a/R)^2} \quad (176)$$

Schema celulei FFT și caracteristicile $b(\omega)$ și $t_g(\omega)$ sunt date în fig. 101.a, 101.b și 101.c. Din aceste caracteristici se constată că timpul de propagare de grup are o evoluție monotonă, deci posibilitățile de utilizare a circuitului pentru funcția de corecție sunt limitate.

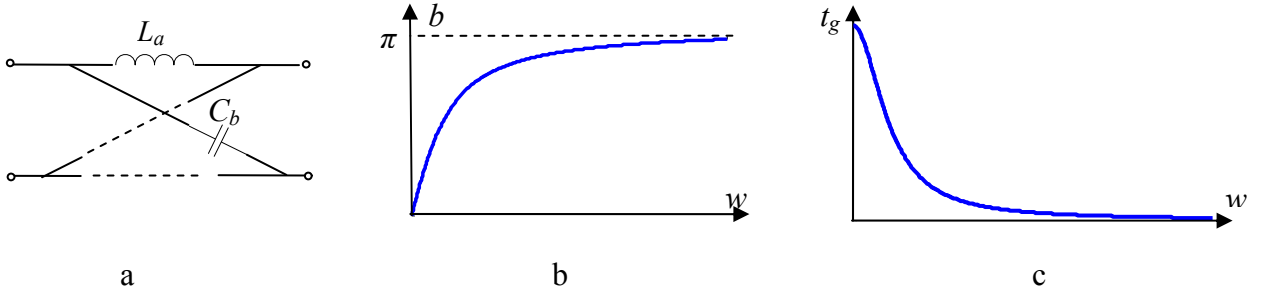


Fig. 101. FFT de ordinul 1: schema celulei (a), caracteristicile $b(\omega)$ (b) și $t_g(\omega)$ (c)

Celula FFT de ordinul 2 este dată în fig. 102. Reactanța X_a este:

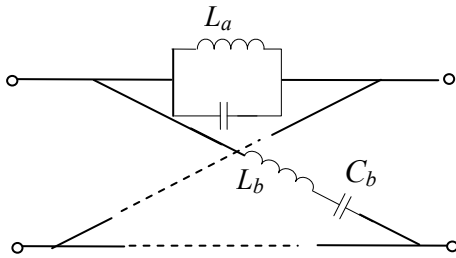


Fig.102 Schema FFT de ordinul 2

$$X_a(\omega) = \frac{\omega L_a}{1 - \omega^2 L_a C_a} = \frac{1}{C_a} \frac{\omega}{\omega_0^2 - \omega^2}; \omega_0^2 = \frac{1}{L_a C_a} \quad (177)$$

sau

$$X_a(\omega) = \frac{1}{C_a \omega_0} \frac{\eta}{1 - \eta^2} \quad (178)$$

$$\text{unde} \quad \eta = \omega / \omega_0 \quad (179)$$

Utilizând relația (174), rezultă caracteristica de fază, în funcție de pulsația raportată η :

$$b(\eta) = 2 \arctg \frac{\eta}{m} \cdot \frac{1}{1 - \eta^2} \quad (180)$$

în care

$$m = C_a \omega_0 R \quad (181)$$

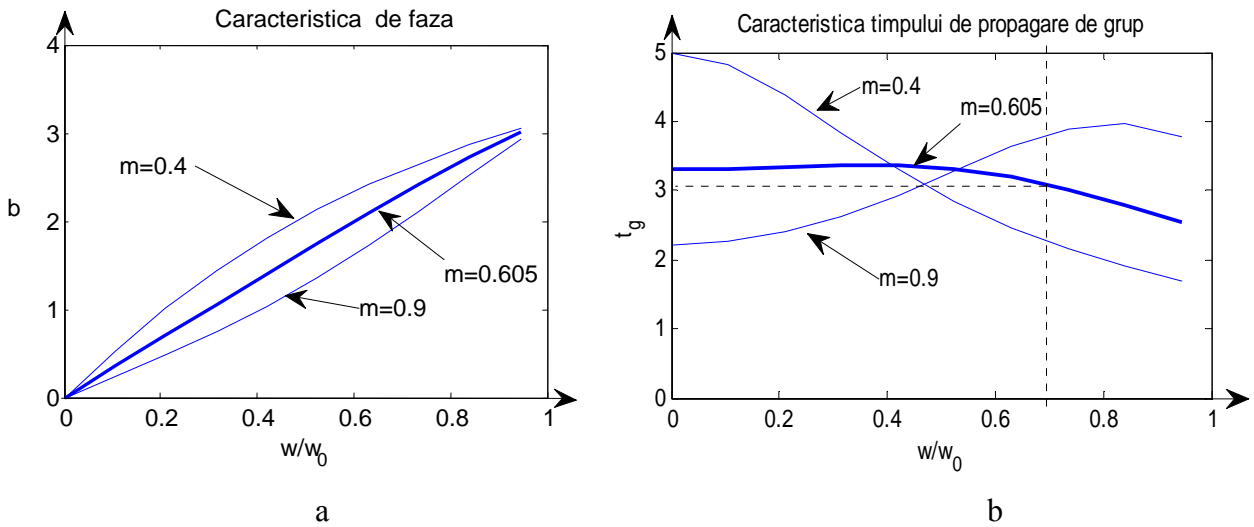


Fig. 103 Caracteristica de fază (a) și a timpului de propagare de grup (b) pentru FFT de ordinul 2

Caracteristica de fază este dată în fig. 103.a, iar caracteristica timpului de propagare de grup în fig. 103.b. Pentru $m < 1/\sqrt{3}$, caracteristica $t_g(\eta)$ este monoton scăzătoare, iar pentru $m > 1/\sqrt{3}$, caracteristica are zone cu pantă pozitivă. Rezultă că acest circuit oferă mai multe posibilități de a realiza un compensator pentru timpul de propagare de grup. În plus, se observă că atunci când parametrul m are valoarea 0.605, caracteristica de fază este practic liniară, iar $t_g(\eta)$ este practic constant, la o valoare $t_{g0} \approx 3.2$, pentru $\eta < 0.7$.

Intrucât caracteristica de amplificare este unitară (circuitul este FTT), iar caracteristica de fază este practic liniară, cu panta $t_{g0} \approx 3.2$, rezultă că în banda de frecvențe $[0, \eta = 0.7]$, **circuitul aproximează comportarea unei linii de întârziere.**

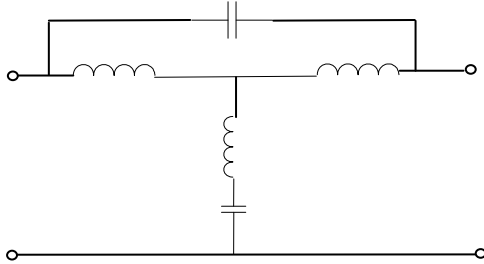


Fig. 104 Schema unei celule în T podit a unei linii de întârziere artificiale

Liniile de întârziere artificiale se realizează pe baza celulei analizate, însă la realizările efective, schema diportului în X se transformă într-o schemă de diport echivalent în T podit, ca în fig. 104.